

เอกสารประกอบการสอน

รายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม 1 (5591120)

พิเชฐ นิลดวงดี

คณะวิศวกรรมศาสตร์และเทคโนโลยีอุตสาหกรรม

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบุรี

25xx



เอกสารประกอบการสอน

รายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม 1 (5591120)

รองศาสตราจารย์ ดร.พิเชฐ นิลดวงดี

ปร.ด. (วิศวกรรมศาสตร์และเทคโนโลยี)

คณะวิศวกรรมศาสตร์และเทคโนโลยีอุตสาหกรรม

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบุรี

25xx

คำนำ

กลศาสตร์วิศวกรรมเป็นรายวิชาพื้นฐานที่มีความสำคัญอย่างยิ่งในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต และเป็นรายวิชาบังคับที่นักศึกษาวิศวกรรมทุกสาขาจำเป็นต้องศึกษา เพื่อใช้เป็นรากฐานสำหรับการเรียนรู้วิชากลศาสตร์ขั้นสูงต่อไป เนื้อหาของวิชานี้มุ่งศึกษาหลักการทางวิทยาศาสตร์กายภาพว่าด้วยแรงและผลของแรงที่กระทำต่อวัตถุ ซึ่งเป็นพื้นฐานสำคัญในการวิเคราะห์และแก้ปัญหาทางวิศวกรรม

เอกสารประกอบการสอนฉบับนี้จัดทำขึ้นเพื่อใช้เป็นสื่อประกอบการเรียนการสอนในรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม 1 รหัส 5591120 ตามหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเครื่องกล มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบุรี พ.ศ. 2564 เอกสารแบ่งออกเป็น 11 ชุด ครอบคลุมการสอน 15 สัปดาห์ ประกอบด้วย บทนำ ระบบแรง ระบบของแรงลัพธ์ สมดุลของอนุภาค สมดุลของวัตถุแกร่ง การวิเคราะห์โครงสร้าง แรงภายในคาน แรงเสียดทาน แรงกระจาย จุดศูนย์ถ่วงและเซนทรอยด์ โมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่ และงานเสมือน

ในแต่ละชุดสื่อการสอน ผู้เรียบเรียงได้จัดเตรียมตัวอย่างโจทย์ปัญหาพร้อมวิธีทำอย่างเป็นขั้นตอน เพื่อช่วยเสริมสร้างความเข้าใจและเป็นแนวทางในการวิเคราะห์และแก้ปัญหาทางวิศวกรรม นอกจากนี้ยังมีแบบฝึกหัดทบทวนประจำบททั้งภาษาไทยและภาษาอังกฤษ พร้อมเฉลย เพื่อให้นักศึกษาได้ฝึกฝนทักษะการคิดวิเคราะห์ การแก้ปัญหา และการใช้ภาษาอังกฤษเชิงวิศวกรรม

ผู้เรียบเรียงหวังเป็นอย่างยิ่งว่าเอกสารประกอบการสอนฉบับนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการเรียนการสอนของนักศึกษา หากมีข้อเสนอแนะใดที่ช่วยให้เอกสารฉบับนี้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น ผู้เรียบเรียงยินดีน้อมรับด้วยความขอบคุณ เพื่อนำไปพัฒนาและปรับปรุงให้เกิดประโยชน์สูงสุดต่อไป

พิเชฐ นิลดวงดี

1 มกราคม 25xx

สารบัญ

	หน้า
คำนำ	**(2)**
สารบัญ	**(3)**
แผนบริหารการสอนประจำวิชา	**(4)**
แผนบริหารการสอนประจำสื่อการสอนชุดที่ 1	**1**
สื่อการสอนชุดที่ 1 บทนำ	**7**
1.1 กลศาสตร์วิศวกรรม	8
1.2 แนวคิดพื้นฐาน (Basic Concepts)	10
1.3 กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน (Newton's Laws of Motion)	11
1.4 หน่วยการวัด (Units of Measurement)	12
1.5 การคำนวณเชิงตัวเลข (Numerical Calculations)	13
1.6 ขั้นตอนสำหรับการวิเคราะห์ปัญหาทางกลศาสตร์	14
1.7 สรุป	14
1.8 เอกสารอ้างอิง	15
แผนบริหารการสอนประจำสื่อการสอนชุดที่ 2	**17**
สื่อการสอนชุดที่ 2 เวกเตอร์ของระบบแรง (Force Systems)	**19**
2.1 ปริมาณสเกลาร์และเวกเตอร์ (Scalars and Vectors)	20
2.2 การดำเนินการเกี่ยวกับเวกเตอร์ (Vector Operations)	20
2.3 การรวมเวกเตอร์ของแรง	22
2.4 การรวมแรงที่อยู่ในระนาบเดียวกัน	24
2.5 เวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก	27
2.6 การบวกเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก	28
2.7 เวกเตอร์บอกตำแหน่ง (Position Vector)	31
2.8 เวกเตอร์ของแรงที่อยู่ในแนวเส้นตรง	32
2.9 การคูณเชิงสเกลาร์ (Dot Product)	34
2.10 สรุป	37
2.11 เอกสารอ้างอิง	38
2.12 แบบฝึกหัด	39
...	
...	

แผนบริหารการสอนประจำวิชา

รหัสวิชา 5591120

รายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม 1 3(3-0-6)

เวลาเรียน 45 ชั่วโมง/ภาคเรียน

คำอธิบายรายวิชา

วิชาบังคับก่อน : ฟิสิกส์สำหรับวิศวกรรมเครื่องกล (5591114)

ระบบแรงต่าง ๆ ผลลัพธ์ การสมดุล การวิเคราะห์โครงสร้าง ความเสียดทาน หลักการของงานเสมือน เสถียรภาพ โมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่

Force systems, resultant, equilibrium, fluid statics, structural analysis, friction, principle of virtual work, stability, area moment of inertia.

ผลลัพธ์การเรียนรู้รายวิชา (Course Learning Outcomes)

CLO-1: เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้เกี่ยวกับแรง โมเมนต์ การสมดุลแรง และการวิเคราะห์ผลลัพธ์ (An)

วัตถุประสงค์ทั่วไป

1. เพื่อให้นักศึกษามีความเข้าใจความหมายของกลศาสตร์
2. เพื่อให้ผู้เรียนมีความเข้าใจเรื่อง การวิเคราะห์เวกเตอร์ของระบบแรงเพื่อเป็นพื้นฐานการเรียนและการวิเคราะห์ปัญหาทางกลศาสตร์
3. เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้เกี่ยวความสมดุลของอนุภาคและวัตถุแกร่ง
4. เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้เกี่ยวกับการวิเคราะห์โครงข้อหมุนเฟรมและเครื่องจักร
5. เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้เกี่ยวกับการวิเคราะห์ปัญหาของแรงกระจาย
6. เพื่อให้ผู้เรียนสามารถวิเคราะห์ปัญหาแรงเสียดทานประเภทต่างๆ และการประยุกต์แรงเสียดทานในเครื่องจักรกล
7. เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้เกี่ยวกับโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่ และโมเมนต์ความเฉื่อยของมวล
8. เพื่อให้ผู้เรียนสามารถใช้หลักการงานเสมือนและพลังงานศักย์ในการวิเคราะห์ปัญหาทางกลศาสตร์ได้

เนื้อหาสื่อการสอน **(15 สัปดาห์)**

ชุดที่ 1	บทนำ	1 สัปดาห์
ชุดที่ 2	เวกเตอร์ของระบบแรง	2 สัปดาห์
ชุดที่ 3	ระบบแรงลัพธ์	2 สัปดาห์
ชุดที่ 4	สมดุลของอนุภาค	1 สัปดาห์

ชุดที่ 5	สมดุลของวัตถุแกร่ง	2 สัปดาห์
ชุดที่ 6	การวิเคราะห์โครงสร้าง	2 สัปดาห์
ชุดที่ 7	แรงภายในคาน	1 สัปดาห์
ชุดที่ 8	แรงเสียดทาน	1 สัปดาห์
ชุดที่ 9	แรงกระจาย จุดศูนย์ถ่วง และเซนทรอย	1 สัปดาห์
ชุดที่ 10	โมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่	1 สัปดาห์
ชุดที่ 11	งานเสมือน	1 สัปดาห์

วิธีสอนและกิจกรรมการเรียนการสอน

1. ศึกษาเอกสารประกอบการสอน
2. บรรยาย
3. การทำแบบฝึกหัด
4. ศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติมจากเอกสาร ตำรา/หนังสือที่เกี่ยวข้อง/สื่อ Internet

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารประกอบการสอนวิชากลศาสตร์วิศวกรรม 1
2. แผ่นภาพเลื่อนประกอบคำบรรยาย
3. แบบฝึกหัดเพิ่มเติม
4. ตำราต่างประเทศวิชากลศาสตร์วิศวกรรม
5. Google/YouTube/AI Agents

การวัดและการประเมินผล

1. การวัดผล

1.1 คะแนนระหว่างภาครวม	**ร้อยละ 70**
1.1.1 การทดสอบย่อย	ร้อยละ 20
1.1.2 แบบฝึกหัดท้ายบท	ร้อยละ 20
1.1.3 คะแนนสอบกลางภาค	ร้อยละ 30
1.2 คะแนนสอบปลายภาค	**ร้อยละ 30**

2. การประเมินผล

ระดับคะแนน	ความหมายของผลการเรียน	ค่าระดับคะแนน	ค่าร้อยละ
A	ดีเยี่ยม	4.0	80 -100
B^+	ดีมาก	3.5	75 - 79
B	ดี	3.0	70 - 74
C^+	ดีพอใช้	2.5	65 - 69
C	พอใช้	2.0	60 - 64
D^+	อ่อน	1.5	55 - 59
D	อ่อนมาก	1.0	50 - 54
E	ตก	0.0	0 - 49

แผนบริหารการสอนประจำสื่อการสอนชุดที่ 1

บทนำ

หัวข้อเนื้อหาประจำสื่อการสอนชุดที่ 1

1. กลศาสตร์
2. แนวคิดพื้นฐาน
3. หน่วยการวัด
4. วิธีการคำนวณเชิงตัวเลข
5. ขั้นตอนทั่วไปในการวิเคราะห์ปัญหาทางกลศาสตร์

วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. เพื่อให้นักศึกษาทราบถึงความหมายของกลศาสตร์
2. เข้าใจถึงพื้นฐานของการจำลองทางกลศาสตร์
3. เพื่อให้ทราบถึงกฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน
4. เพื่อทบทวนหลักการใช้หน่วยที่ในทางกลศาสตร์
5. เพื่อให้ทราบถึงขั้นตอนที่ใช้ในการคำนวณเชิงตัวเลข
6. เพื่อให้ทราบถึงแนวทางโดยทั่วไปในการแก้ปัญหาโจทย์

วิธีการสอนและกิจกรรมการเรียนการสอนประจำสื่อการสอนชุดที่ 1

1. วิธีการสอน

   วิธีสอนแบบบรรยาย

2. กิจกรรมการเรียนการสอน

   2.1 ผู้สอนบรรยายเรื่อง ความหมายและแนวคิดพื้นฐานของกลศาสตร์

   2.2 ผู้สอนบรรยายเรื่อง หน่วยการวัด

   2.3 ผู้สอนบรรยายเรื่อง วิธีการคำนวณทางตัวเลขและขั้นตอนทั่วไปสำหรับการวิเคราะห์ปัญหาทางกลศาสตร์

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารประกอบการสอนวิชากลศาสตร์วิศวกรรม 1: ชุดที่ 1 บทนำ
2. แผ่นภาพเลื่อนประกอบคำบรรยาย
3. แบบฝึกหัดเพิ่มเติม
4. ตำราต่างประเทศวิชากลศาสตร์วิศวกรรม
5. Google/YouTube/AI Agents

การวัดผลและประเมินผล

1. สังเกตจากการตอบคำถามในชั้นเรียนระหว่างการบรรยาย
2. การทดสอบย่อย

กลศาสตร์วิศวกรรม 1

Engineering Mechanics 1



พิเชฐ นิลดวงดี (Ph.D.)

สาขาวิศวกรรมเครื่องกล มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบุรี

Instructor

Asst. Prof. Pichet Ninduangdee



Mechanical Engineering,
Phetchaburi Rajabaht University

- Email: ninduangdee.p@gmail.com
- Phone: 083-364-2438
- Facebook: Pichet Ninduangdee

คำอธิบายรายวิชา

- ศึกษาแนวคิดพื้นฐานเกี่ยวกับกลศาสตร์วิศวกรรม ผลลัพธ์ของระบบแรง ความสมดุล วิเคราะห์แรงในโครงข้อหมุน เฟรม และในเครื่องจักร แรงกระจาย แรงเสียดทานประเภทต่างๆ และการ ประยุกต์แรงเสียดทานในเครื่องจักรกล โมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่ และโมเมนต์ความเฉื่อยของมวล หลักการงานเสมือนและพลังงานศักย์

วัตถุประสงค์ของรายวิชา

- เพื่อให้นักศึกษามีความเข้าใจความหมายของกลศาสตร์การวิเคราะห์เวกเตอร์ของระบบแรงเพื่อเป็นพื้นฐานการเรียนและการวิเคราะห์ปัญหาทางกลศาสตร์
- เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้เกี่ยวความสมดุลของอนุภาคและวัตถุแกร่ง
- เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้เกี่ยวกับการวิเคราะห์โครงข้อหมุนเฟรมและเครื่องจักรกล
- เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้เกี่ยวกับการวิเคราะห์ปัญหาของแรงกระจาย
- เพื่อให้ผู้เรียนสามารถวิเคราะห์ปัญหาแรงเสียดทานประเภทต่างๆ และการประยุกต์แรงเสียดทานในเครื่องจักรกล
- เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้เกี่ยวกับโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่ และโมเมนต์ความเฉื่อยของมวล
- เพื่อให้ผู้เรียนสามารถใช้หลักการงานเสมือนและพลังงานศักย์ในการวิเคราะห์ปัญหาทางกลศาสตร์ได้

เนื้อหา

บทที่ 1 บทนำ	3 ชั่วโมง
บทที่ 2 เวกเตอร์ของระบบแรง	6 ชั่วโมง
บทที่ 3 ระบบแรงลัพธ์	6 ชั่วโมง
บทที่ 4 สมดุลของอนุภาค	3 ชั่วโมง
บทที่ 5 สมดุลของวัตถุแกร่ง	6 ชั่วโมง
บทที่ 6 การวิเคราะห์โครงสร้าง	6 ชั่วโมง
บทที่ 7 แรงภายในคาน	3 ชั่วโมง
บทที่ 8 แรงเสียดทาน	3 ชั่วโมง
บทที่ 9 แรงกระจาย จุดศูนย์ถ่วง และเซนทรอยด์	3 ชั่วโมง
บทที่ 10 โมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่	3 ชั่วโมง
บทที่ 11 งานเสมือน	3 ชั่วโมง

สื่อการสอน

- พิเชฐ นิลดวงดี (2568) เอกสารประกอบการสอนวิชากลศาสตร์วิศวกรรม 1 สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์และเทคโนโลยีอุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบุรี

เอกสารอ้างอิงเสริม

- Beer, F.P., Johnston, E.R., Jr. Mazurek, D. F., and Eisenberg, E. R. (2010) Vector Mechanics for Engineers: Statics. (9th ed.). New York: McGraw-Hill.
- Hibberler, R.C. (2013). Engineering Mechanics: Statics (13th ed.). New Jersey: Pearson Prentice Hall.
- Meriam, J. L. and Kraige, L. G. (2012). Engineering Mechanics: Statics. (7th ed.). New York John Wiley & Sons.
- Google/YouTube/AI Agents

การวัดและการประเมินผล

1. การวัดผล

1.1 คะแนนระหว่างภาครวม	**ร้อยละ 70**
1.1.1 การทดสอบย่อย	ร้อยละ 20
1.1.2 แบบฝึกหัดท้ายบท	ร้อยละ 20
1.1.3 คะแนนสอบกลางภาค	ร้อยละ 30
1.2 คะแนนสอบปลายภาค	**ร้อยละ 30**

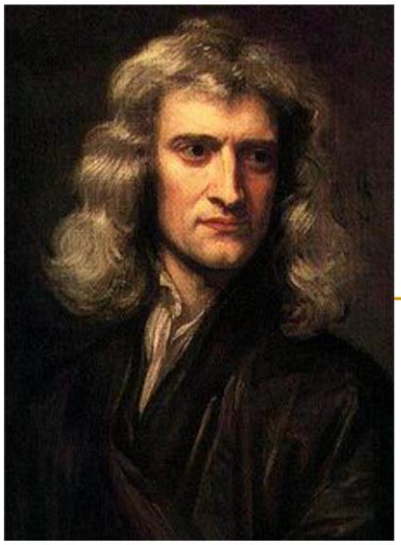
2. การประเมินผล

ระดับคะแนน	ความหมายของผลการเรียน	ค่าระดับคะแนน	ค่าร้อยละ
A	ดีเยี่ยม	4.0	80 -100
B^+	ดีมาก	3.5	75 - 79
B	ดี	3.0	70 - 74
C^+	ดีพอใช้	2.5	65 - 69
C	พอใช้	2.0	60 - 64
D^+	อ่อน	1.5	55 - 59
D	อ่อนมาก	1.0	50 - 54
E	ตก	0.0	0 - 49

ข้อตกลงการเรียน

- ให้ปิดเสียงเครื่องมือสื่อสารทุกชนิด
- ให้นักศึกษานำเครื่องคิดเลขติดตัวมาเรียนด้วยทุกครั้ง
- ไม่รับการบ้านที่ส่งช้ากว่าวันและเวลาที่กำหนดไว้
- นักศึกษาที่ทุจริตระหว่างการสอบ ทุกกรณี จะถูกปรับให้เกรด E และถูกลงโทษตามระเบียบของมหาวิทยาลัย

เอกสารประกอบการสอนชุดที่ 1



บทนำ
(Introduction)

Sir. Isaac Newton
(25 December 1642 – 20 March 1726/27])

สาขาวิศวกรรมเครื่องกล มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบุรี

ทำไมต้องเรียนกลศาสตร์วิศวกรรม

- เพื่อฝึกการมอง/วิเคราะห์ปัญหา/การตัดสินใจ และการแก้ปัญหาแบบวิศวกร

Problems → Model → Theory → Solutions

- ทำให้เกิด ไหวพริบแบบวิศวกร (Engineering sense) และฝึก การตัดสินใจอย่างมีเหตุผลเชิงวิศวกรรม (Engineering judgments)
- เป็นวิชา**บังคับ**ของสภาวิศวกรที่นักศึกษาวิศวกรรมทุกสาขาจะต้องเรียน เพื่อใช้สอบใบประกอบวิชาชีพ

ความหมายของวิศวกรรม

- **Engineering** is the use of scientific principles to design and build machines, structures, and other things, including bridges, roads, vehicles, and buildings. The discipline of engineering encompasses a broad range of more specialized fields of engineering, each with a more specific emphasis on particular areas of applied mathematics, applied science, and types of application.

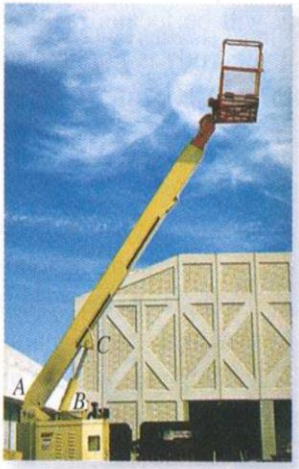
ทักษะที่จำเป็นสำหรับวิศวกร

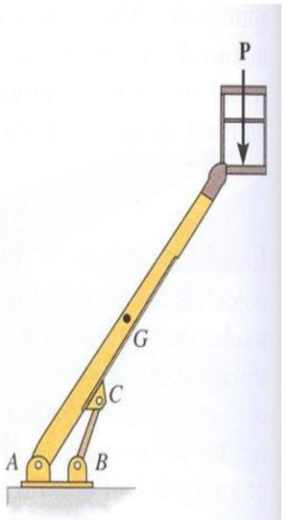
- ความรู้ทางคณิตศาสตร์และการวิเคราะห์
- ความสามารถในการสื่อสาร
- การทำงานเป็นทีม
- ทักษะภาษาอังกฤษ
- ความสามารถในการเรียนรู้ด้วยตัวเอง
- ความสามารถในการแก้ปัญหา
- ยึดหลักธรรมาภิบาลในการทำงาน

1.1 กลศาสตร์วิศวกรรม

- Study of what happens to a “thing” (the technical name is “body”) when FORCES are applied to it.
- Either the body or the forces could be large or small

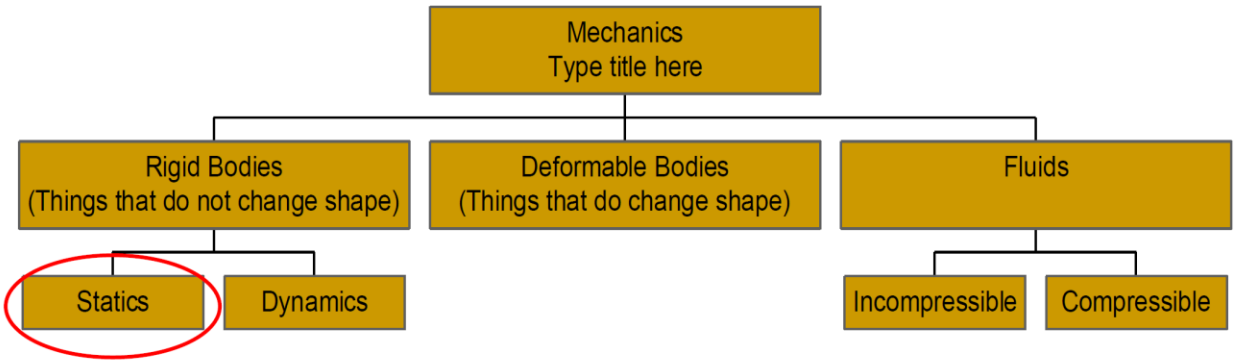






Hibberler, R.C. (2013).

การแบ่งสาขาทางกลศาสตร์



สถิตยศาสตร์ (Statics) ศึกษาเกี่ยวกับสมดุลของวัตถุที่อยู่นิ่งกับที่หรือมีการเคลื่อนที่ด้วยความเร็วที่คงที่

ความผิดพลาดทางวิศวกรรมที่เกิดขึ้นหากไม่มีการศึกษากลศาสตร์อย่างถ่องแท้



https://www.naewna.com/local/844377



https://tnews.teenee.com/crime/176181.html



https://www.youtube.com/watch?v=DM-35FwFv0o

YouTube
รวม 8 ความผิดพลาดวิศวกรรมสุดช็อก..ที่โลกต้องจำ! ...

1.2 แนวคิดพื้นฐาน (Basic Concepts)

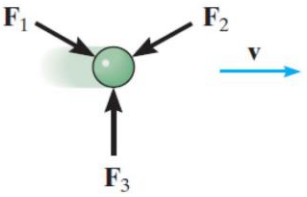
- **ปริมาณพื้นฐาน (Basic Quantities)**
  - ***ที่ว่างหรือบริเวณ (Space)*** ใช้เพื่อกำหนดตำแหน่งของวัตถุใด ๆ เมื่อเทียบกับจุดกำเนิด (origin) ของแกนอ้างอิงใด ๆ
  - ***ความยาว (Length)*** ใช้ในการบอกตำแหน่งของจุดใน "ที่ว่าง" และจะใช้ในการบอกขนาดของวัตถุ
  - ***เวลา (Time)*** ใช้บอกช่วงเวลาของเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น เช่น การเคลื่อนที่ของวัตถุจากจุด A ไปจุด B ด้วยเวลา *t*
  - ***มวล (Mass)*** เป็นคุณสมบัติหนึ่งของวัตถุ ที่บ่งบอกปริมาณของสสารที่วัตถุมี โดยตอบสนองกับแรงดึงดูดของโลก (Earth's gravitational attraction) และ มวลยังมีคุณสมบัติในการต้านการเคลื่อนที่อีกด้วย
  - ***แรง (Force)*** แสดงถึงการกระทำของวัตถุหนึ่งกับอีกวัตถุหนึ่ง หรือกล่าวอีกนัยหนึ่ง แรง คือปริมาณทางฟิสิกส์ที่มีผลต่อ ความเร่ง ในการเคลื่อนที่ของวัตถุ หรือการเปลี่ยนขนาดและรูปร่างของวัตถุ แรงมีทั้งขนาดและทิศทาง

- ***การจำลอง (Idealization)*** เป็นวิธีที่ช่วยให้เราใช้ทฤษฎีต่างๆ ในการวิเคราะห์ระบบทางกลศาสตร์ได้ง่ายขึ้น โดยกำหนดให้
  - *อนุภาค (Particle)* เป็นสสารที่มีมวล แต่มีขนาดที่เล็กมากจนไม่ถูกนำมาพิจารณาในการจำลองปัญหา ในวิชานี้อนุภาคจะถูกกำหนดให้เป็น "จุด"
  - *วัตถุแกร่ง (Rigid body)* วัตถุจะไม่มีการเสียรูปหรือเปลี่ยนแปลงรูปร่าง (ในวิชานี้จะพิจารณาวัตถุเป็นวัตถุแกร่ง)
  - *แรงกระทำเฉพาะจุด (Concentrated force)* เป็นการแทนแรงที่กระทาต่อวัตถุด้วยแรงเพียงแรงเดียวกระทำที่จุดจุดหนึ่งบนวัตถุ เช่น แรงสัมผัสระหว่างล้อกับถนน

1.3 กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน (Newton's Laws of Motion)

- ในทาง statics กฎข้อที่หนึ่งของนิวตันจะถูกประยุกต์มากที่สุด โดยใช้หลักการของผลรวมของแรงที่จุดใดๆ มีค่าเท่ากับศูนย์

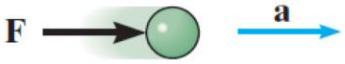
$$\sum F = 0$$



(a)
สภาะสมดุล
(equilibrium)

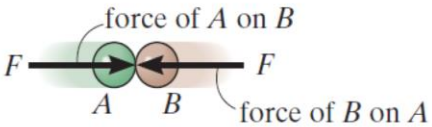
(Newton's First Law)

$$\sum F = ma$$



(b)
การเคลื่อนที่ด้วยความเร่ง
(Accelerated motion)

(Newton's Second Law)



(c)
แรงกิริยา-แรงปฏิกิริยา
(action–reaction)

(Newton's Third Law)

Beer et al. 2010

กฎแรงดึงดูดระหว่างมวลของนิวตัน (Newton's Law of Gravitational Attraction)

- "วัตถุทั้งหลายในเอกภพจะออกแรงดึงดูดซึ่งกันและกัน โดยขนาดของแรงดึงดูดระหว่างวัตถุคู่หนึ่งๆ จะแปรผันตรงกับผลคูณระหว่างมวลวัตถุที่สองและจะแปรผกผันกับกำลังสองของระยะทางระหว่างวัตถุทั้งสองนั้น"

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

เมื่อ F = แรงที่เกิดจากการดึงดูดกันระหว่างอนุภาคสองอนุภาค

G = universal constant of gravitation = $66.73(10^{-12})$ $m^3/(kg.s^2)$

m_1, m_2 = มวลของอนุภาค

r = ระยะทางระหว่างอนุภาคทั้งสองนั้น

น้ำหนัก (Weight)

- ถ้ากำหนดให้มวลของอนุภาคอันหนึ่งมีค่าเท่ากับ m และสมมุติให้โลกมีการหมุนที่ช้ามากจนไม่ต้องนำการหมุนของโลกมาพิจารณาและมีความหนาแน่น (Density) ที่คงที่ ซึ่งทำให้โลกมีมวลเท่ากับ Me นอกจากนั้น ให้ระยะระหว่างศูนย์กลางของโลกและอนุภาคมารค่าเท่ากับ r แล้ว น้ำหนักของอนุภาค W นั้นจะมีค่าโดยประมาณ เท่ากับ

$$W = G\frac{mM_e}{r^2}$$

กำหนดให้ $g = \frac{GM_e}{r^2}$ เป็นค่าความเร่งเนื่องจากแรงดึงดูดของโลก (Gravitational acceleration)

$$W = mg$$

- $g = 9.81\ m/s^2$

1.4 หน่วยการวัด (Units of Measurement)

ระบบหน่วย

ปริมาณ (quantity)	ระบบ SI Units		ระบบ U.S. Customary Units	
	หน่วย (unit)	สัญลักษณ์ (symbol)	หน่วย (unit)	สัญลักษณ์ (symbol)
มวล (mass)	kilogram	kg	slug	slug
ความยาว (length)	meter	m	Foot	ft
เวลา (time)	second	s	Second	sec
แรง (force)	newton	N	pound	lb

การแปลงหน่วย

ปริมาณ	U.S. Customary Units	SI Units
ความยาว	1 ft	0.3048 m
มวล	1 slug	14.5938 kg
แรง	1 lb	4.4482 N

Prefixes ของระบบหน่วยวัด SI

ตัวคูณ	Prefix	สัญลักษณ์
10^{12}	tera	T
10^{9}	giga	G
10^{6}	mega	M
10^{3}	kilo	k
10^{-3}	milli	m
10^{-6}	micro	μ
10^{-9}	nano	N
10^{-12}	pigo	p

1.5 การคำนวณเชิงตัวเลข (Numerical Calculations)

- **ความสอดคล้องกันของหน่วยวัด (Dimension Homogeneity)**

เทอมแต่ละเทอมในสมการต้องมีหน่วยที่สอดคล้องกัน ยกตัวอย่างเช่น ในสมการ $S = ut + \frac{1}{2}at^2$

ถ้าเราใช้ระบบ SI units แล้ว

s = ระยะทาง มีหน่วยเป็น เมตร (m)

t = เวลา มีหน่วยเป็น วินาที (s)

u = ความเร็ว มีหน่วยเป็น m/s

a = ความเร่ง มีหน่วยเป็น m/s^2

1.6 ขั้นตอนสำหรับการวิเคราะห์ปัญหาทางกลศาสตร์

- **ทำความเข้าใจโจทย์**
  อ่านโจทย์อย่างละเอียด ระบุปัญหา–สิ่งที่โจทย์ต้องการ และความสัมพันธ์ระหว่างสถานการณ์จริงกับทฤษฎี
- **สร้างแผนภาพช่วยวิเคราะห์**
  เขียน *Free-body diagram (แผนภาพวัตถุอิสระ)* หรือแผนภาพอื่นที่จำเป็น พร้อมระบุตัวแปรที่ทราบค่า/ไม่ทราบค่า
- **กำหนดสมมุติฐานและเลือกทฤษฎีที่เหมาะสม**
  ใช้หลักการที่ถูกต้องตามสภาพปัญหาเพื่อวางกรอบการแก้
- **แก้สมการและตรวจสอบผลลัพธ์**
  คำนวณ ตรวจสอบความถูกต้องของหน่วย และใช้เลขนัยสำคัญตามข้อมูลในโจทย์
- **ประเมินความสมเหตุสมผลของคำตอบ**
  ใช้ *engineering judgment* และ *common sense* พิจารณาว่าผลลัพธ์มีความเป็นไปได้หรือไม่

1.7 สรุป

- กลศาสตร์ศึกษาพฤติกรรมของวัตถุเมื่อถูกแรงกระทำ เป็นพื้นฐานของงานวิศวกรรมทุกสาขา
- แนวคิดพื้นฐานปริมาณพื้นฐาน: ความยาว มวล เวลา แรงการจำลองที่ใช้ในกลศาสตร์: อนุภาค วัตถุแกร่ง แรงกระทำเฉพาะจุดปริมาณทางฟิสิกส์: สเกลาร์ vs เวกเตอร์
- กฎนิวตัน กฎข้อ 1: สมดุล/ความเร็วคงที่ กฎข้อ 2: $\Sigma F = ma$ กฎข้อ 3: แรงกิริยา–แรงปฏิกิริยารวมถึงความหมายของน้ำหนัก $W = mg$
- หน่วยเป็นสิ่งสำคัญ ต้องใช้ให้ถูกต้อง และควรใช้ค่า Prefix ให้สอดคล้อง
- การคำนวณเชิงตัวเลขต้องใช้เลขนัยสำคัญอย่างถูกต้อง • ปัดค่าให้เหมาะสม • หน่วยต้องสอดคล้องในทุกสมการ
- ขั้นตอนแก้ปัญหาทางกลศาสตร์ เริ่มจาก เข้าใจโจทย์ ⟶ วาด FBD ⟶ เลือกทฤษฎี ⟶ แก้สมการ/ตรวจหน่วย ⟶ ประเมินความสมเหตุสมผล

1.8 เอกสารอ้างอิง

- พิเชฐ นิลดวงดี.(2568).เอกสารคำสอนวิชากลศาสตร์วิศวกรรม1. มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบุรี. (จำนวน xx หน้า)
- Beer, F.P., Johnston, E.R., Jr. Mazurek, D. F., and Eisenberg, E. R. (2010) Vector Mechanics for Engineers: Statics. (9th ed.). New York: McGraw-Hill.
- Hibberler, R.C. (2013). Engineering Mechanics: Statics (13th ed.). New Jersey: Pearson Prentice Hall.
- https://www.naewna.com/local/844377
- https://tnews.teenee.com/crime/176181.html
- https://www.youtube.com/watch?v=DM-35FwFv0o

- The theory…when we understand everything but nothing works
- The practice…when everything works but we understand nothing
- Here…we have succeeded in BOTH nothing works and nobody knows why

End of Chapter 1

Q and A

แผนบริหารการสอนประจำสื่อการสอนชุดที่ 2

เวกเตอร์ของระบบแรง

หัวข้อเนื้อหาประจำสื่อการสอนชุดที่ 2

1. ปริมาณสเกลาร์และเวกเตอร์
2. การดำเนินการเกี่ยวกับเวกเตอร์
3. การรวมเวกเตอร์ของแรง
4. การรวมแรงที่อยู่ในระนาบเดียวกัน
5. เวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก
6. การบวกเวกเตอร์ในระบบระบบฉาก
7. เวกเตอร์บอกตำแหน่ง
8. เวกเตอร์ของแรงที่อยู่ในแนวเส้นตรง
9. ผลคูณเชิงสเกลาร์

วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. สามารถดำเนินการเกี่ยวกับเวกเตอร์และการนำไปใช้ในการปัญหาเกี่ยวกับแรงได้

2. สามารถเขียนเขียนแรงและตำแหน่งของแรงให้อยู่ในรูปของเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉากและได้ทราบถึงวิธีการหาขนาดและทิศทางของเวกเตอร์ได้

3. สามารถหาคูณเชิงสเกลาร์ของเวกเตอร์เพื่อใช้ในการหามุมระหว่างเวกเตอร์สองเวกเตอร์หรือการฉายเวกเตอร์หนึ่งบนเวกเตอร์หนึ่งได้

วิธีการสอนและกิจกรรมการเรียนการสอนประจำสื่อการสอนชุดที่ 2

1. วิธีการสอน

   สอนแบบบรรยาย

2. กิจกรรมการเรียนการสอน

   2.1 ผู้สอนบรรยายเรื่อง ปริมาณสเกลาร์และเวกเตอร์ การดำเนินการเกี่ยวกับเวกเตอร์ การรวมเวกเตอร์ของแรง และแสดงการแก้โจทย์ปัญหาตัวอย่าง

2.2 ผู้สอนบรรยายเรื่อง การรวมแรงที่อยู่ในระนาบเดียวกัน และแสดงการแก้โจทย์ปัญหาตัวอย่างปัญหา

2.3 ผู้สอนบรรยายเรื่อง เวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก การบวกเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉากและแสดงการแก้โจทย์ปัญหาตัวอย่าง

2.4 ผู้สอนบรรยายเรื่อง เวกเตอร์บอกตำแหน่ง เวกเตอร์ของแรงที่อยู่ในแนวเส้นตรง และแสดงการแก้โจทย์ปัญหาตัวอย่าง

2.5 ผู้สอนบรรยายเรื่อง การคูณเชิงสเกลาร์ และแสดงการแก้โจทย์ปัญหาตัวอย่าง

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารประกอบการสอนวิชากลศาสตร์วิศวกรรม 1: ชุดที่ 2 เรื่องระบบแรง
2. แผ่นภาพเลื่อนประกอบคำบรรยาย
3. แบบฝึกหัดเพิ่มเติม
4. ตำรากลศาสตร์วิศวกรรมภาษาอังกฤษ
5. Google/YouTube/AI Agents

การวัดผลและประเมินผล

1. สังเกตจากการตอบคำถามในชั้นเรียนระหว่างการบรรยาย
2. สังเกตจากการตอบคำถามตัวอย่างโจทย์ปัญหา
3. การทำคำถามทบทวนท้ายบท

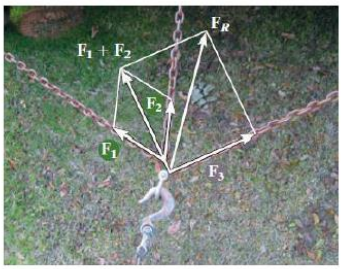
.

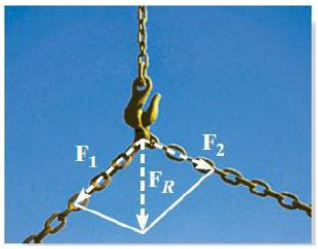
.

.

เอกสารประกอบการสอนชุดที่ 2

เวกเตอร์ของระบบแรง (Vector of Force Systems)







สาขาวิศวกรรมเครื่องกล มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบุรี

เวกเตอร์ของระบบแรง (Vector of Force Systems)

หัวข้อเนื้อหา

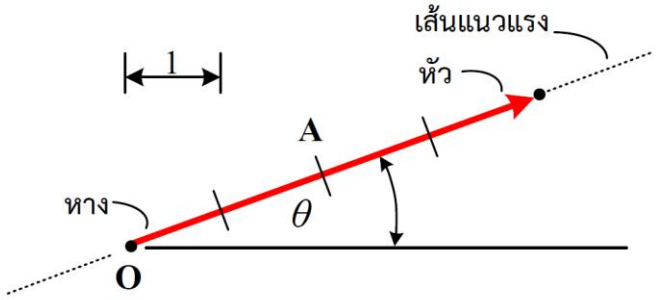
- ปริมาณสเกลาร์และเวกเตอร์
- การดำเนินการเกี่ยวกับเวกเตอร์
- การรวมเวกเตอร์ของแรง
- การรวมแรงที่อยู่ในระนาบเดียวกัน
- เวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก
- การบวกเวกเตอร์ในระบบระบบฉาก
- เวกเตอร์บอกตำแหน่ง
- เวกเตอร์ของแรงที่อยู่ในแนวเส้นตรง
- ผลคูณเชิงสเกลาร์

วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

- สามารถดำเนินการเกี่ยวกับเวกเตอร์และการนำไปใช้ในการปัญหาเกี่ยวกับแรงได้
- สามารถเขียนเขียนแรงและตำแหน่งของแรงให้อยู่ในรูปของเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉากและได้ทราบถึงวิธีการหาขนาดและทิศทางของเวกเตอร์ได้
- สามารถหาคูณเชิงสเกลาร์ของเวกเตอร์เพื่อใช้ในการหามุมระหว่างเวกเตอร์สองเวกเตอร์หรือการฉายเวกเตอร์หนึ่งบนเวกเตอร์หนึ่งได้

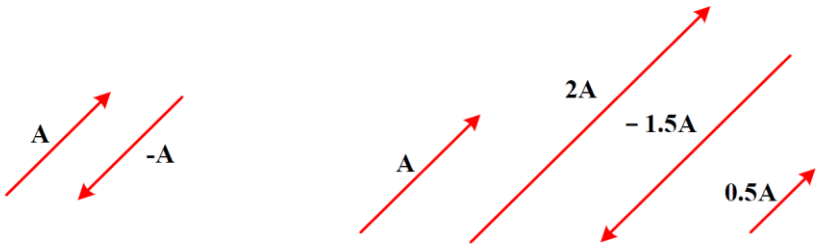
2.1 ปริมาณสเกลาร์และเวกเตอร์ (Scalars and Vectors)

- สเกลาร์ (Scalars) เป็นปริมาณที่มีแต่ขนาดเท่านั้น เช่น มวล (Mass) ปริมาตร (Volume) ความยาว (Length) และเวลา (time) เป็นต้น
- เวกเตอร์ (Vectors) เป็นปริมาณที่มีทั้งขนาดและทิศทางจึงจะบอกความหมายได้สมบูรณ์ เช่น การกระจัด (Displacement) แรง (Force) และ โมเมนต์ (Moment) เป็นต้น

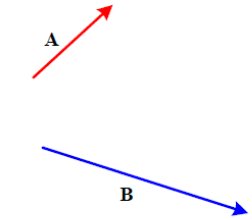


2.2 การดำเนินการเกี่ยวกับเวกเตอร์ (Vector Operations)

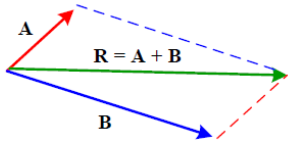
- Multiplication and Division of a Vector by a Scalar



Vector Addition

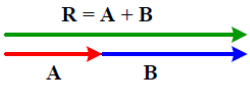


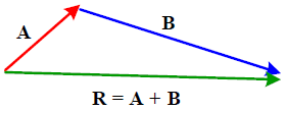
(a)



Parallelogram Law

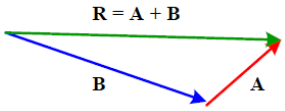
(b)





Triangle contraction

(c)

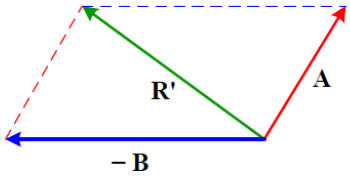


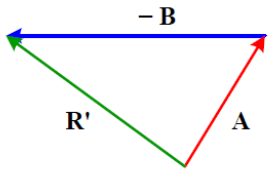
Triangle contraction

(d)

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$

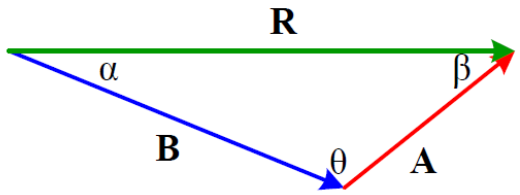
Vector Subtraction





$$\vec{R} = \vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$$

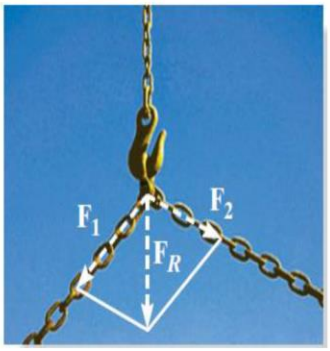
- กฎของ Cosine และ Sine



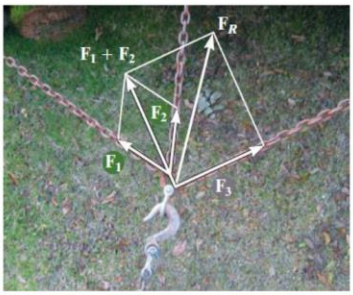
กฎของ **Cosine** $R^2 = A^2 + B^2 - 2AB\cos\theta$

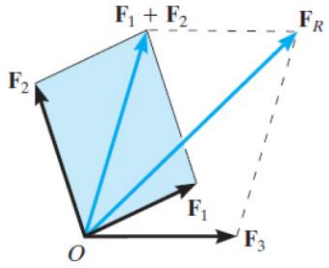
กฎของ **Sine** $\dfrac{\sin\alpha}{A} = \dfrac{\sin\beta}{B} = \dfrac{\sin\theta}{R}$

2.3 การรวมเวกเตอร์ของแรง



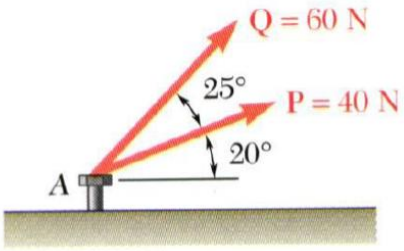






[Hibberler, 2013]

Sample problem 2.1 (Beer et al. 2010)



The two forces act on a bolt at *A*. Determine their resultant.

- Trigonometric solution - Apply the triangle rule.

From the Law of Cosines,

$$R^2 = P^2 + Q^2 - 2PQ\cos B$$
$$= (40\text{N})^2 + (60\text{N})^2 - 2(40\text{N})(60\text{N})\cos 155°$$

$$\boxed{R = 97.73\text{N}}$$

From the Law of Sines,

$$\frac{\sin A}{Q} = \frac{\sin B}{R}$$

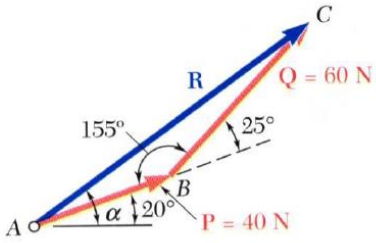
$$\sin A = \sin B\frac{Q}{R}$$

$$= \sin 155°\frac{60\text{N}}{97.73\text{N}}$$

$$A = 15°$$

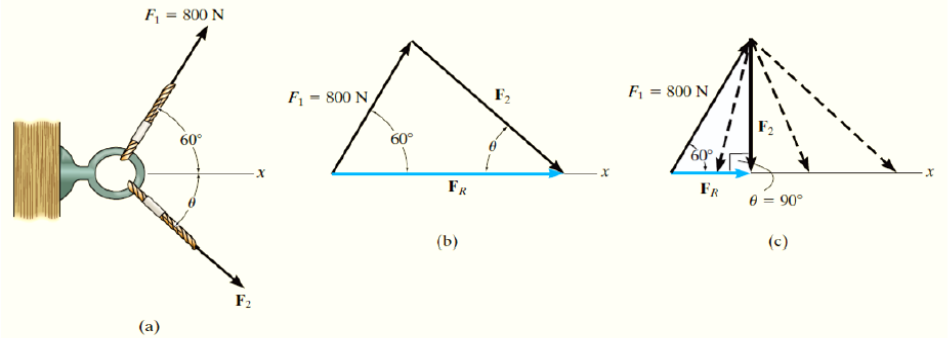
$$\alpha = 20° + A$$

$$\boxed{\alpha = 35°}$$



Sample problem 2.2 (Hibberler, 2013)

ถ้าต้องการให้แรงลัพธ์ของแรงที่กระทำบนห่วงมีทิศไปตามแกน +x และแรง F_2 มีขนาดน้อยที่สุด จงคำนวณหาขนาดของมุม θ ของแรงลัพธ์ และ แรง F_2



วิธีทำ สร้างรูปสามเหลี่ยมสำหรับ $F_R = F_1 + F_2$ ดังรูป b และเนื่องจากแรง F_R และ F_2 ไม่ได้ถูกกำหนดมา ดังนั้น F_2 จึงสามารถเป็นเวกเตอร์ใดก็ได้ โดยมีหัวสัมผัสกับแนวแรงของ F_R ดังภาพ c แต่อย่างไรก็ตามจากภาพ c จะเห็นได้ว่าแรง F_2 มีค่าน้อยที่สุดก็ต่อเมื่อมีทิศตั้งฉากกับแนวแรงของ F_R ดังนั้น ทิศทาง θ ของแรง F_2 มีค่าเป็น 90°

จากรูปสามเหลี่ยมสามารถหาแรง F_R และ F_2 ได้เป็น

$$F_R = (800\text{N})\cos 60° = 400\text{ N}$$

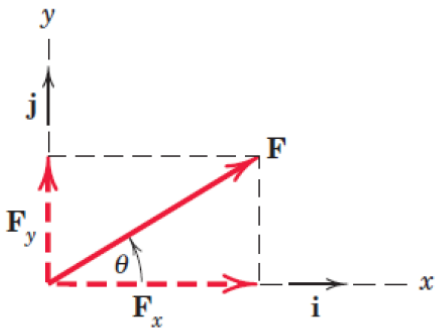
$$F_2 = (800\text{N})\sin 60° = 693\text{ N}$$

ต่อ

2.4 การรวมแรงที่อยู่ในระนาบเดียวกัน

Addition of a System of Coplanar Forces

การรวมแรงที่มีหลายๆ แรง มักจะทำโดยการแตกแรงให้อยู่ในองค์ประกอบในแนวแกนตามระบบพิกัดฉาก *x*-*y*



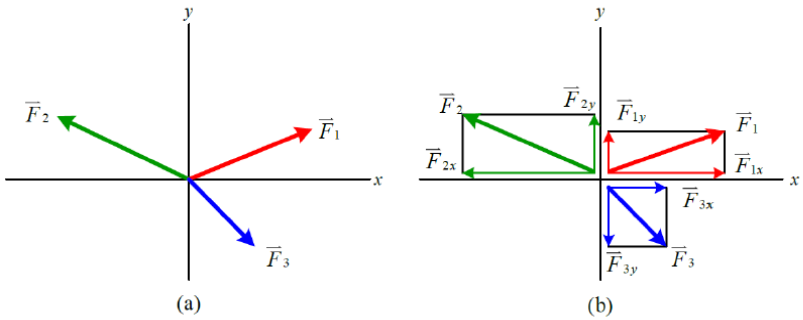
$$F = F_x + F_y$$
$$F_x = F\cos\theta$$
$$F_y = F\sin\theta$$
$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$
$$\theta = \tan^{-1}\frac{F_y}{F_x}$$

การระบุทิศของเวกเตอร์ยังสามารถทำได้ด้วยการใช้เวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก (Cartesian vector) โดยองค์ประกอบของแรง $\vec{F}_x$ และแรง $\vec{F}_y$ จะถูกเขียนให้อยู่ในรูปของเวกเตอร์หนึ่งหน่วยของระบบพิกัดฉาก (Cartesian unit vector) สองมิติ $\hat{i}$ และ $\hat{j}$ ซึ่งใช้แทนทิศทางที่เป็นบวกของแกน *x* และแกน *y*

$$\vec{F} = \vec{F}_x\hat{i} + \vec{F}_y\hat{j}$$

11

Addition of a System of Coplanar Forces (ต่อ)



เวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{1x}\hat{i} + \vec{F}_{1y}\hat{j}$$
$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_{2x}\hat{i} + \vec{F}_{2y}\hat{j}$$
$$\vec{F}_3 = \vec{F}_{3x}\hat{i} - \vec{F}_{3y}\hat{j}$$

เวกเตอร์ของแรงลัพธ์

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$
$$= (\vec{F}_{1x} - \vec{F}_{2x} + \vec{F}_{3x})i + (\vec{F}_{1y} + \vec{F}_{2y} - \vec{F}_{3y})\hat{j}$$
$$= (\vec{F}_{Rx})i + (\vec{F}_{Ry})\hat{j}$$

วิธีการแบบสเกลาร์

$$+\rightarrow \quad \vec{F}_{Rx} = \vec{F}_{1x} - \vec{F}_{2x} + \vec{F}_{3x}$$
$$+\uparrow \quad \vec{F}_{Ry} = \vec{F}_{1y} + \vec{F}_{2y} - \vec{F}_{3y}$$

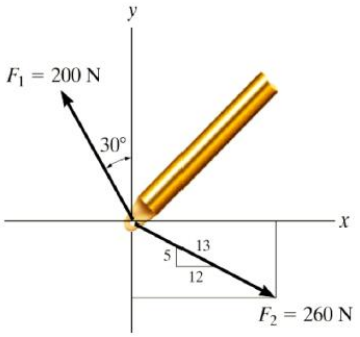
$$\vec{F}_{Rx} = \sum \vec{F}_x \qquad \vec{F}_{Ry} = \sum \vec{F}_y$$

ขนาดของแรงลัพธ์ $F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2}$

ทิศทางของแรงลัพธ์ $\theta = \tan^{-1}\left|\frac{F_{Ry}}{F_{Rx}}\right|$

Sample problem 2.3 (Hibberler, 2013)

จงคำนวณองค์ประกอบในแนวแกน x และ y ของแรง F_1 และ F_2 เขียนแสดงในรูปของเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก



(a)

วิธีทำ

วิธีการแบบสเกลาร์

สามารถแตกแรง F_1 ให้อยู่ในแนวแกน x และ y ได้ดังแสดงในรูป b

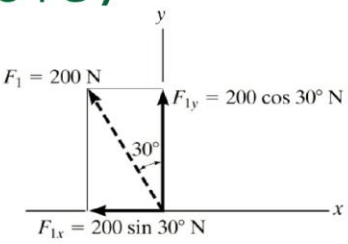
$$F_{1x} = -200\sin 30^\circ \text{ N} = -100 \text{ N} = 100 \text{ N} \leftarrow$$

$$F_{1x} = 200\cos 30^\circ \text{ N} = 173 \text{ N} = 100 \text{ N} \uparrow$$

ตอบ

Sample problem 2.3 (Hibberler, 2013)

แรง F_2 สามารถแตกให้เป็นองค์ประกอบในแนวแกน x และ y ได้ดังแสดงในรูป c โดยขนาดของแรงองค์ประกอบสามารถหาได้จากการเทียบสัดส่วนของด้านของรูปสามเหลี่ยม

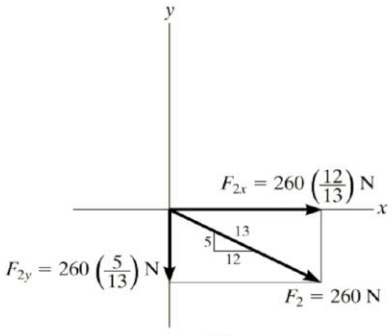


(b)

$$\frac{F_{2x}}{260 \text{ N}} = \frac{12}{13}$$

$$F_{2x} = 260\text{N}\left(\frac{12}{13}\right) = 240 \text{ N}$$

$$F_{2y} = -260\text{N}\left(\frac{5}{13}\right) = -100 \text{ N}$$



(c)

ดังนั้น

$$F_{2x} = 240 \text{ N} \rightarrow$$

$$F_{2y} = 100 \text{ N} \downarrow$$

วิธีการแบบเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก

เขียนให้อยู่ในรูปเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉากได้เป็น

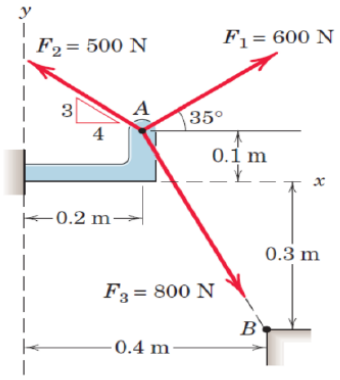
$$\text{F}_1 = (100i + 173\,j) \text{ N}$$

$$\text{F}_2 = (240i - 100\,j) \text{ N}$$

ตอบ

Sample problem 2.4 (Meriamand Kraige, 2012)

จงคำนวณหาองค์ประกอบของแรงลัพธ์ในแนวแกน x และ y แรง F_1 F_2 และ F_3 กระทำที่จุด A



วิธีทำ

แรงองค์ประกอบในแนวแกน x และ y ของแรง F_1 แสดงในรูป a

$F_{1x} = 600\cos 35° = 491$ N ตอบ

$F_{1y} = 600\sin 35° = 344$ N ตอบ

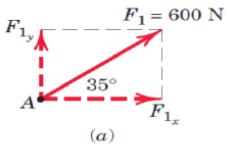
แรงองค์ประกอบในแนวแกน x และ y ของแรง F_2 แสดงในรูป b

$F_{2x} = -500\left(\frac{4}{5}\right) = -400$ N ตอบ

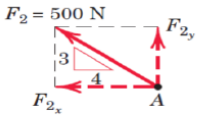
$F_{2y} = 500\left(\frac{3}{5}\right) = 300$ N ตอบ

การที่จะหาแรงองค์ประกอบในแนวแกน x และ y ของแรง F_3 ได้ จำเป็นจะต้องหามุม α ในรูป c ก่อน

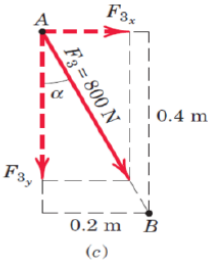
$$\alpha = \tan -1\frac{[0.2]}{0.4} = 26.6°$$



(a)



(b)



(c)

15

Sample problem 2.4 (p.22)

$F_1 = \{-100i + 173j\}$N ตอบ

$F_2 = \{240i - 100j\}$N ตอบ

$F_{3x} = F_3\sin\alpha = 800\sin 26.6° = 358$ N ตอบ

$F_{3y} = -F_3\cos\alpha = -800\cos 26.6° = -716$ N ตอบ

เรายังสามารถคำนวณแรง F_3 ได้จากวิธีการเวกเตอร์ได้

$$F_3 = F_3\vec{u}_{AB} = F_3\frac{AB}{|AB|} = 800\left[\frac{0.2i - 0.4j}{\sqrt{(0.2)^2 + (-0.4)^2}}\right]$$

$$= 800[0.447i - 0.894j]$$

$$= 358i - 716j$$

ดังนั้นแรงที่เป็นสเกลาร์ในแนวแกน x และ y คือ

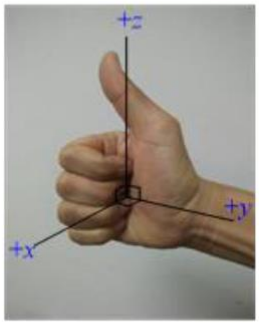
$F_{3x} = 358$ N

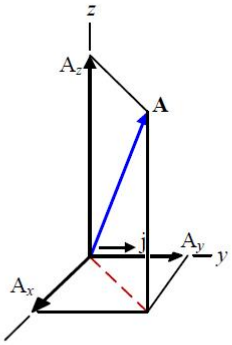
$F_{3y} = -716$ N

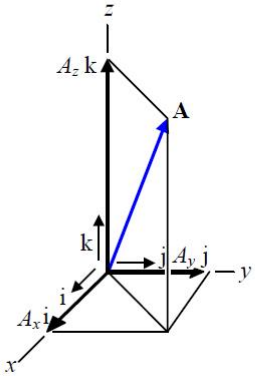
16

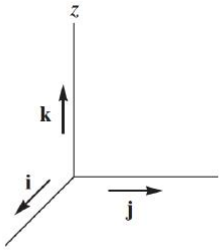
2.5 เวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก (Cartesian Vector, 3D syste...)

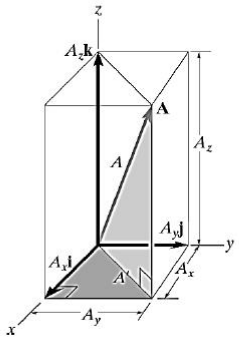
- ระบบแกนพิกัดฉากตามกฎมือขวา











$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y + \vec{A}_z$$

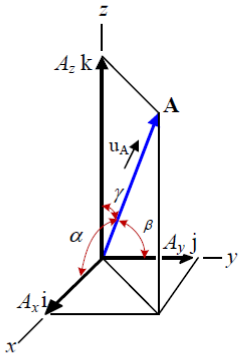
$$\vec{A} = \vec{A}_x\hat{i} + \vec{A}_y\hat{j} + \vec{A}_z\hat{k}$$

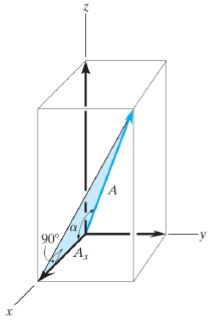
ขนาดของเวกเตอร์ในระบบสามมิติ

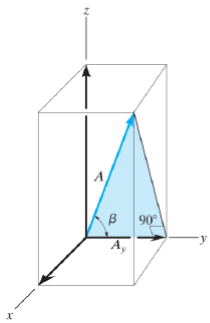
$$|A| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

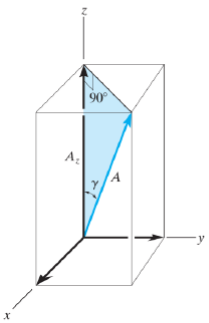
เวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก (Cartesian Vector) (ต่อ)

- ทิศทางของเวกเตอร์ในระบบแกนตั้งฉาก Cartesian





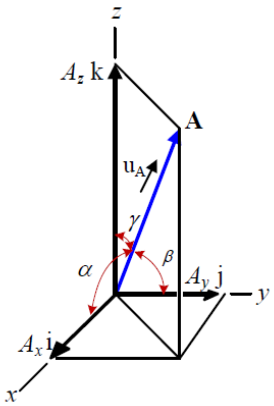




$$\cos\alpha = \frac{A_x}{|A|} \qquad \cos\beta = \frac{A_y}{|A|} \qquad \cos\gamma = \frac{A_z}{|A|}$$

เวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก (Cartesian Vector) (ต่อ)

- เวกเตอร์หนึ่งหน่วย (Unit vector)



$$\vec{u} = \frac{\vec{A}}{|A|}$$

เมื่อ $|A|$ คือขนาดของเวกเตอร์

เวกเตอร์หนึ่งหน่วยของเวกเตอร์ $\vec{A}$

$$\vec{u}_A = \frac{\vec{A}_x}{|A|}\hat{i} + \frac{\vec{A}_y}{|A|}\hat{j} + \frac{\vec{A}_z}{|A|}\hat{k}$$

สรุปได้ว่า

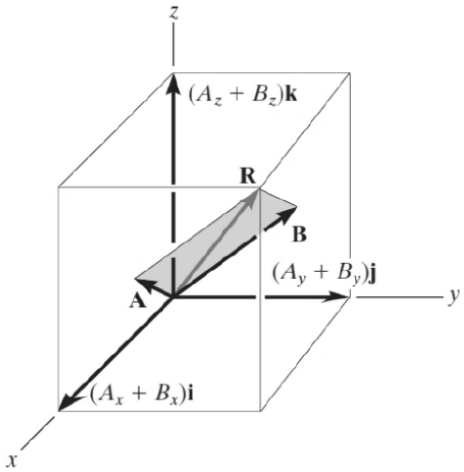
$$\vec{u}_A = \cos\alpha\,\hat{i} + \cos\beta\,\hat{j} + \cos\gamma\,\hat{k}$$

เนื่องจากขนาดของ $\vec{u}_A$ มีค่าเป็น 1

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$

$$\begin{aligned}\vec{A} &= |A|\vec{u}_A \\ &= |A|\cos\alpha\,\hat{i} + |A|\cos\beta\,\hat{j} + |A|\cos\gamma\,\hat{k} \\ &= A_x\,\hat{i} + A_y\beta\,\hat{j} + A_z\hat{k}\end{aligned}$$

2.6 การบวกเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก

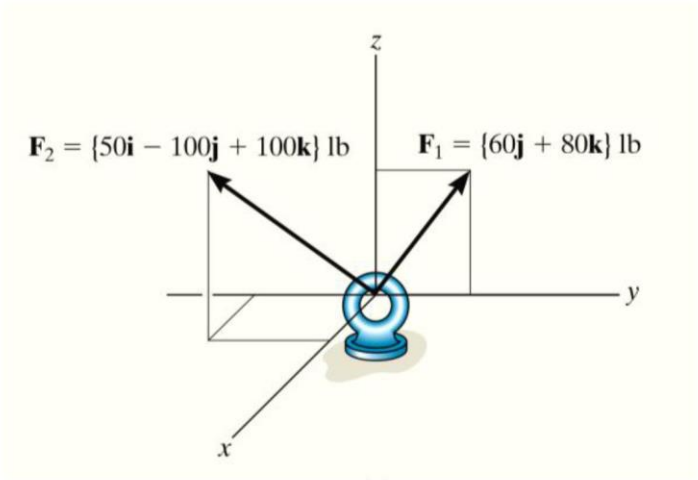


$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x)\hat{i} + (A_y + B_y)\hat{j} + (A_z + B_z)\hat{k}$$

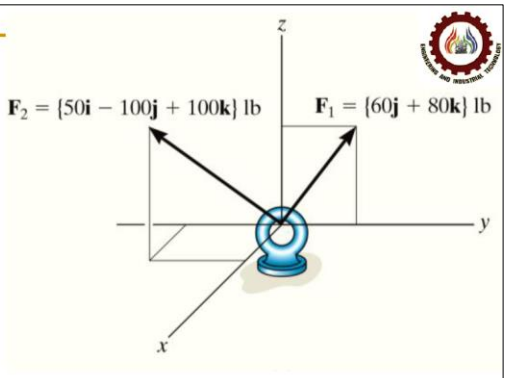
$$F_R = \sum F = \sum F_x\hat{i} + \sum F_y\hat{i} + \sum F_z\hat{k}$$

Sample problem 2.5 (Hibberler, 2013)

จงคำนวณหาขนาดและทิศทางของแรงลัพธ์ที่กระทำกับห่วงในรูป



Sample problem 2.5 (p. 28)



แรงลัพธ์สามารถเขียนได้เป็น

$$F_R = \sum F = F_1 + F_2 = \{60j + 80k\} + \{50i - 100j + 100k\}\ \text{lb}$$

$$= \{50i - 40j + 180k\}\ \text{lb}$$

ขนาดของแรงลัพธ์

$$F_R = \sqrt{(50)^2 + (-40)^2 + (180)^2} = 191\ \text{lb}$$

มุมระบุทิศทาง

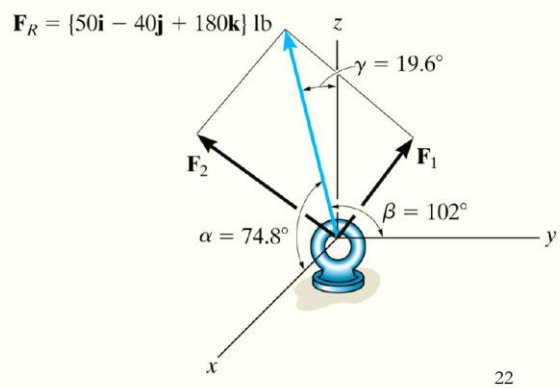
$$u_{FR} = \frac{FR}{FR} = \frac{50}{191.0}i - \frac{40}{191.0}j + \frac{180}{191.0}k$$

$$= 0.2617i - 0.2094j + 0.9422k$$

$$\cos\alpha = 0.2617 \qquad \alpha = 74.8°$$

$$\cos\beta = -0.2094 \qquad \beta = 102^o$$

$$\cos\gamma = 0.9422 \qquad \gamma = 19.6^o$$



Sample problem 2.6 (Hibberler,2013

จงเขียนแรง F ในรูปแบบเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก

เนื่องจากแรง F ไม่ได้สามารถแตกให้อยู่ในแกน x y z ได้โดยตรง ดังนั้นจึงจำเป็นต้องแตกแรงให้อยู่ในระนาบ x-y ตามรูป b ก่อน

$$F_z = 100\sin 60^\circ \text{ lb} = 86.6\text{lb}$$

$$F' = 100\cos 60^\circ \text{ lb} = 50\text{lb}$$

$$F_x = F'\cos 45^\circ = 50\cos 45^\circ \text{ lb} = 35.4\text{lb}$$

$$F_y = F'\sin 45^\circ = 50\sin 45^\circ \text{ lb} = 35.4\text{lb}$$

ดังนั้น

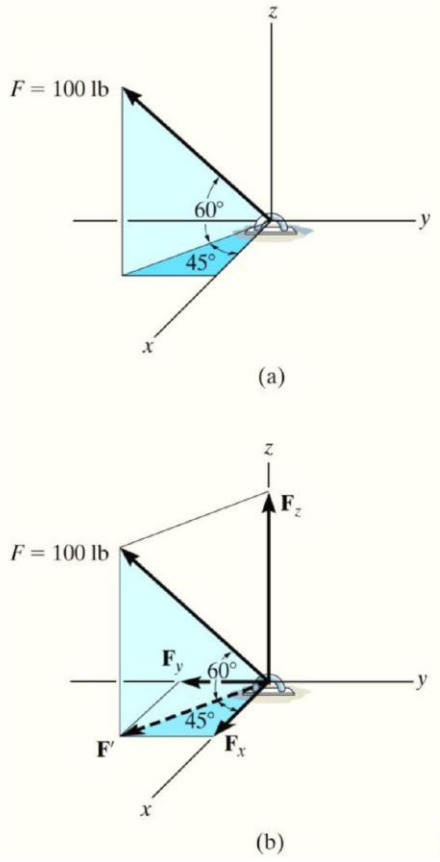
$$F = \{35.4i - 35.4j + 86.6k\} \text{ lb}$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

$$= \sqrt{(35.4)^2 + (35.4)^2 + (86.6)^2} = 100 \text{ lb}$$

เขียนในรูปของเวกเตอร์หนึ่งหน่วยได้เป็น

$$u = \frac{F}{F} = \frac{F_x}{F}i + \frac{F_y}{F}j + \frac{F_z}{F}k$$



23

Sample problem 2.6 (p.29)

$$= \frac{35.4}{100}i - \frac{35.4}{100}j + \frac{86.6}{100}k$$

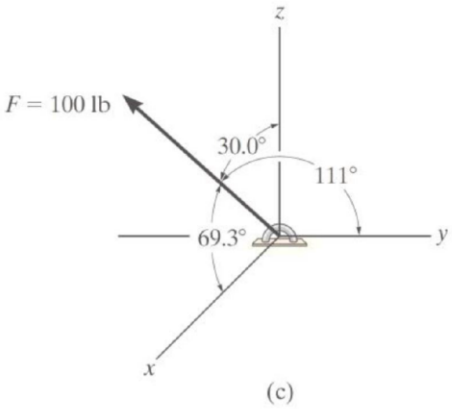
$$= 0.354i - 0.354j + 0.866k$$ ตอบ

$$a = \cos^{-1}(0.354) = 69.3^o$$

$$\beta = \cos^{-1}(-0.354) = 111^o$$

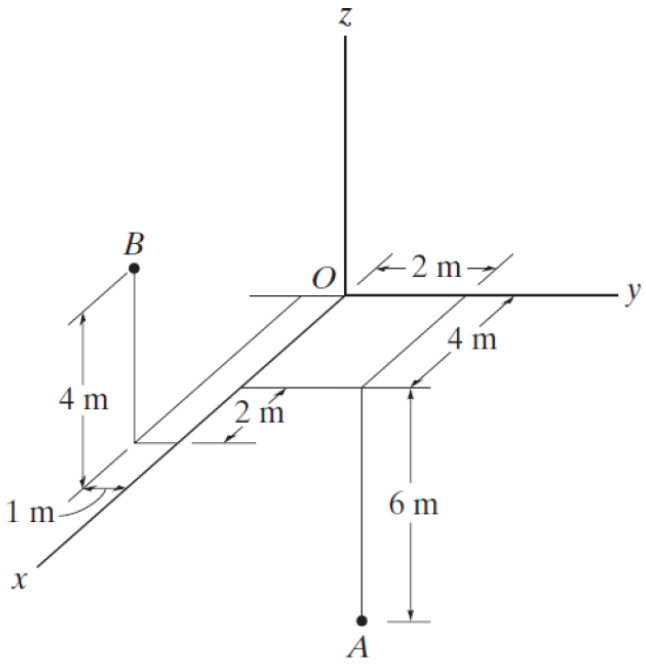
$$\gamma = \cos^{-1}(0.866) = 30.0^o$$

ผลลัพธ์ของมุมแสดงได้ตามรูป c



2.7 เวกเตอร์บอกตำแหน่ง (Position Vector)

- พิกัด *x y z*

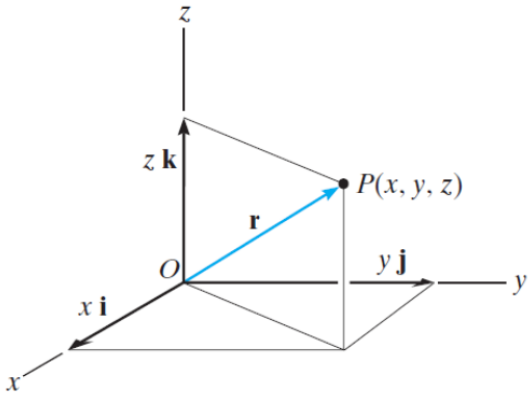


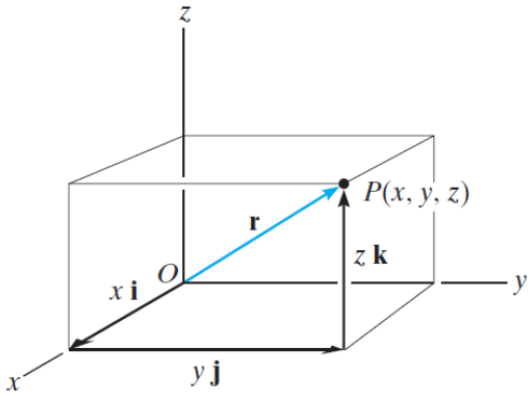
A (4 m, 2 m, –6 m) และ จุด *B* (6 m, –1 m, 4 m)

25

เวกเตอร์บอกตำแหน่ง (Position Vector) (ต่อ)

- เวกเตอร์บอกตำแหน่ง $\vec{r}$

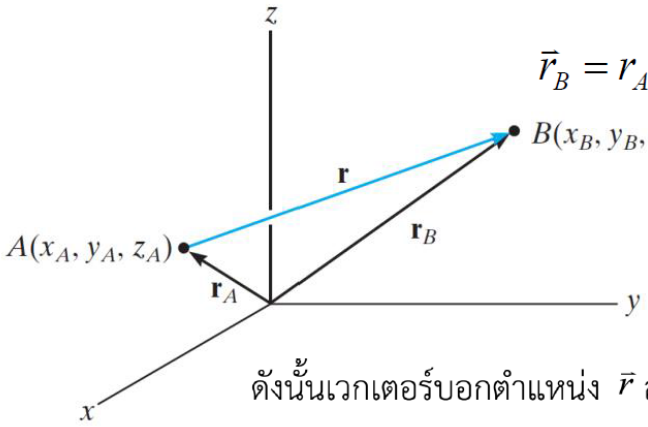




$$\vec{r} = xi + yj + zk$$

เวกเตอร์บอกตำแหน่ง (Position Vector) (ต่อ)

- เวกเตอร์บอกตำแหน่ง $\vec{r}$



$$\vec{r}_B = r_A + r$$

ดังนั้นเวกเตอร์บอกตำแหน่ง $\vec{r}$ สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

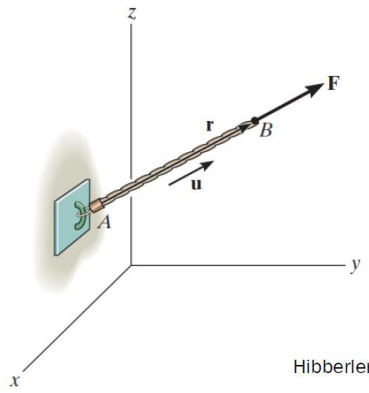
$$\vec{r} = r_B - r_A = (x_B i + y_B j + z_B k) - (x_A i + y_A j + z_A k)$$

หรือ

$$\vec{r} = (x_B - x_A i) + (y_B - y_A) j + (z_B - z_A) k$$

2.8 เวกเตอร์ของแรงที่อยู่ในแนวเส้นตรง (Force Vector Directed along a Line)





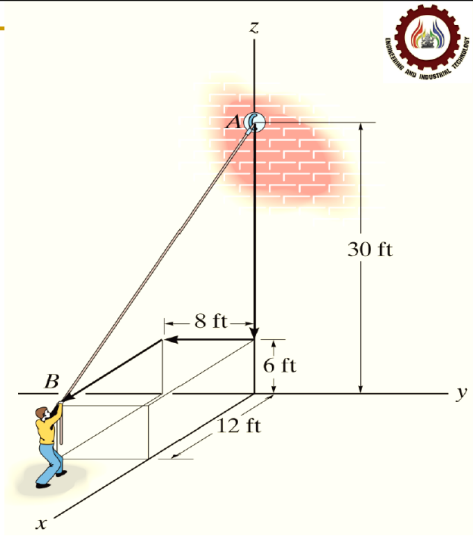
Hibbeler, 2013

แรงในเส้นเชือกหรือโซ่ *F* จะมีทิศทางเดียวกันกับเวกเตอร์บอกตำแหน่ง ซึ่งทิศทางของเวกเตอร์บอกตำแหน่งมีทิศตาม unit vector

ดังนั้น เวกเตอร์ของแรง *F* สามารถเขียนได้เป็น

$$\vec{F} = Fu = F\left(\frac{\vec{r}}{|r|}\right) = F\left(\frac{(x_B - x_A)i + (y_B - y_A)j + (z_B - z_A)k}{\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}}\right)$$

Sample problem 2.7 (Hibberler, 2013)



ผู้ชายคนหนึ่งดึงเชือกด้วยแรงขนาด 70 lb จงเขียนแรงดังกล่าวในรูปของเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก

วิธีทำ

การแรงที่อยู่ใสเส้นเชือกจำเป็นต้องเริ่มต้นจากการหาเวกเตอร์บอกตำแหน่งของแรงจาก A ไป B

$$r = \{12\mathrm{i} - 8\mathrm{j} - 24\mathrm{k}\}\ \mathrm{ft}$$

ขนาดของเวกเตอร์ r

$$r = \sqrt{(12\mathrm{ft})^2 + (-8\mathrm{ft})^2 + (-24\mathrm{ft})^2} = 28\mathrm{ft}$$

เวกเตอร์หนึ่งหน่วยของ r เป็น

$$u = \frac{r}{r} = \frac{12}{28}i - \frac{8}{28}j - \frac{24}{28}k$$

เวกเตอร์ในระบบพิกัดฉากของแรง F หาจากผลคูณระหว่างขนาดของแรงและเวกเตอร์หนึ่งหน่วยของเวกเตอร์บอกตำแหน่ง

$$F = Fu = 70lb\left(\frac{12}{28}i - \frac{8}{28}j - \frac{24}{28}k\right) = \{30i - 20j - 60k\}lb$$

29

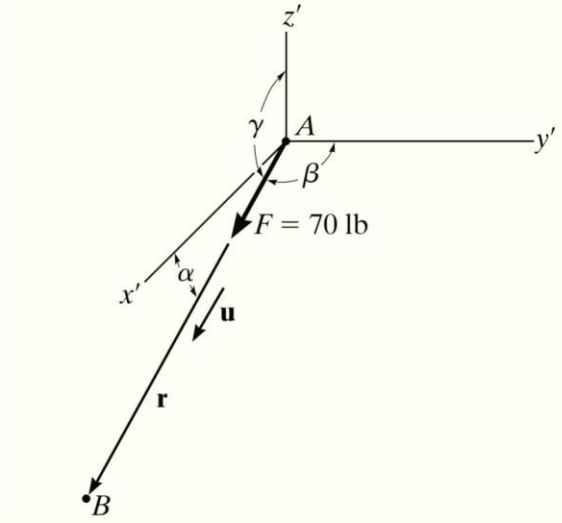
Sample problem 2.7 (p. 34)

มุมเทียบแกนของแรง F สามารถเขียนได้เป็น

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{12}{28}\right) = 64.6°$$

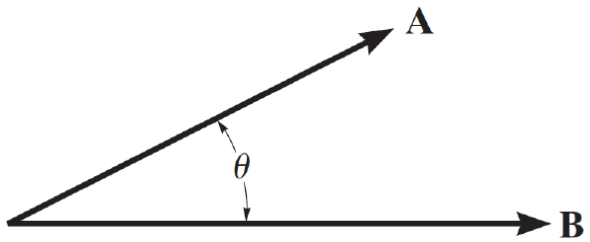
$$\beta = \cos^{-1}\left(\frac{-8}{28}\right) = 107^o$$

$$\gamma = \cos^{-1}\left(\frac{-24}{28}\right) = 149^o$$



2.9 การคูณเชิงสเกลาร์ (Dot Product)

การคูณเชิงสเกลาร์ มักใช้ในการหามุมระหว่างเส้นตรงสองเส้นหรือใช้ในการหาองค์ประกอบของแรงที่ขนานหรือตั้งฉากกับเส้นตรงเส้นหนึ่ง



$$\vec{A}\cdot\vec{B}=|A|\cdot|B|\cos\theta$$

เมื่อ θ เป็นมุมระหว่างเวกเตอร์ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ โดยที่ $0^\circ\le\theta\le180^\circ$

การคูณเชิงสเกลาร์ (Dot Product) (ต่อ)

- **กฎของการดำเนินการ**

การสลับที่: $\vec{A}\cdot\vec{B}=\vec{B}\cdot\vec{A}$

การคูณด้วยสเกลาร์: $a(\vec{A}\cdot\vec{B})=(a\vec{B})\cdot\vec{B}=\vec{A}\cdot(a\vec{B})$

- **กฎการกระจาย:** $\vec{A}\cdot(\vec{B}+\vec{D})=(\vec{A}\cdot\vec{B})+(\vec{A}\cdot\vec{D})$

- **การคูณเชิงสเกลาร์ของเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก**

ผลคูณเชิงสเกลาร์ของเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในระบบพิกัดฉากสามารถเขียนได้เป็น

$$i\cdot i=1 \quad j\cdot j=1 \quad k\cdot k=1$$
$$i\cdot j=0 \quad i\cdot k=0 \quad k\cdot j=0$$

ถ้า เวกเตอร์ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ เป็นเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉากแล้ว ผลคูณเชิงสเกลาร์ ของ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ สามารถเขียนได้เป็น

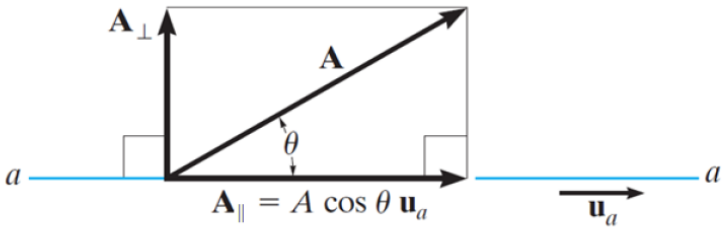
$$\begin{aligned}\vec{A}\cdot\vec{B}&=(A_x i+A_y j+A_z K)\cdot(B_x i+B_y j+B_z k)\\&=A_xB_x(i\cdot i)+A_xB_y(i\cdot j)+A_xB_z(i\cdot k)\\&\quad+A_yB_x(j\cdot i)+A_yB_y(j\cdot j)+A_yB_z(j\cdot k)\\&\quad+A_zB_x(k\cdot i)+A_zB_y(k\cdot j)+A_zB_z(k\cdot k)\end{aligned}$$

สามารถสรุปได้ว่า

$$\vec{A}\cdot\vec{B}=A_xB_x+A_yB_y+A_zB_z \qquad (2\text{-}14)$$

การใช้ประยุกต์ใช้การคูณเชิงสเกลาร์ (Applications of Dot Product)

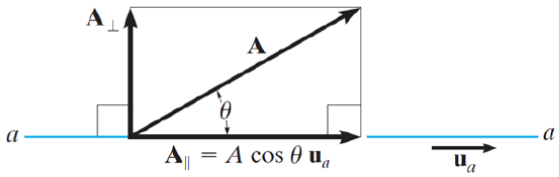
- มุมระหว่างเวกเตอร์สองเวกเตอร์หรือมุมที่เกิดจากการตัดกันของเส้นตรง



$$\theta = \cos{-1}\left(\frac{\vec{A}\vec{B}}{|A||B|}\right) \qquad 0° \le \theta \le 180°$$

การใช้ประยุกต์ใช้การคูณเชิงสเกลาร์ (Applications of Dot Product) (ต่อ)

- หาองค์ประกอบของเวกเตอร์ที่ขนานและตั้งฉากกับเส้นตรงเส้นหนึ่ง



$$\vec{A}_{\parallel} = |A|\cos\theta = \vec{A}\vec{u}$$

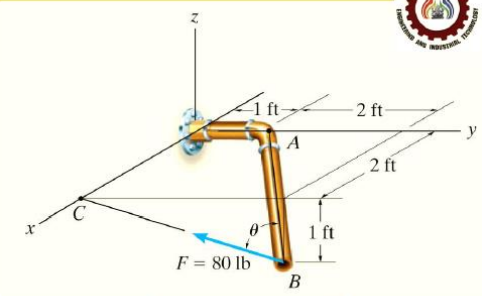
$$\vec{A}_{\perp} = \vec{A} - \vec{A}_{\parallel}$$

หาขนาดขอเวกเตอร์ $\vec{A}$ หรือ $\vec{A}_{\perp}$ ได้ 2 วิธี คือ

- หามุม θ จากสมการ $\theta = \cos{-1}\frac{\vec{A}\vec{u}}{|A|}$ แล้วจะได้ว่า $\vec{A}_{\perp} = |A|\sin\theta$
- เมื่อรู้ขนาดของ $\vec{A}_{\parallel}$ แล้ว จะได้ว่า $\vec{A}_{\perp} = \sqrt{|A|^2 - |A_{\parallel}|^2}$

Sample problem 2.8 (Hibberler,2013)

ท่อถูกแรงขนาด 80 lb จงคำนวณมุม θ ระหว่างแรง F และ ส่วน BA พร้อมทั้งหาแรงที่ถ่ายไปตามส่วนดังกล่าว



หามุม θ

เริ่มต้นจะต้องสร้างเวกเตอร์บอกตำแหน่งจาก B ไป A และ B ไป C จากนั้นหาเวกเตอร์หนึ่งหน่วยของเวกเตอร์ทั้งสอง

$$r_{AB} = \{-2i - 2j + 1k\}\text{ft},\ r_{AB} = 3\text{ft}$$

$$r_{BC} = \{-3j + 1k\}\text{ft},\ r_{BC} = \sqrt{10}\text{ft}$$

ดังนั้น

$$\cos\theta = \frac{r_{BA}\cdot r_{BC}}{r_{BA}r_{BC}} = \frac{(-2)(0)+(-2)(-3)+(1)(1)}{3\sqrt{10}} = 0.7379$$

$$\theta = 42.5°$$

Sample problem 2.8 (p.37)

แรง F ในแนว BA: วิธีการทำจะต้องเริ่มด้วยการสร้างเวกเตอร์หนึ่งหน่วย BA และเขียนแรง F ในรูปของเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก

$$u_{BA} = \frac{r_{BA}}{r_{BA}} = \frac{(-2i - 2j + 1k)}{3} = -\frac{2}{3}i - \frac{2}{3}j + \frac{1}{3}k$$

$$F = 80\text{lb}\left(\frac{r_{BC}}{r_{BC}}\right) = 80\left(\frac{-3j + 1k}{\sqrt{10}}\right) = -75.89j + 25.30k$$

ดังนั้น

$$F_{BA} = F\cdot u_{BA} = (-75.89j + 25.30k)\cdot\left(-\frac{2}{3}i - \frac{2}{3}j + \frac{1}{3}k\right)$$

$$= 0\left(-\frac{2}{3}\right) + (-75.89)\left(-\frac{2}{3}\right) + (25.30)\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$= 59.0\text{ lb}$$

2.10 สรุป

1. Scalars & Vectors

- Scalars: มีขนาดอย่างเดียว เช่น มวล ความยาว เวลา
- Vectors: มีขนาด + ทิศทาง เช่น แรง โมเมนต์ การกระจัด
- การเขียนเวกเตอร์ใช้ลูกศรแทนทิศและขนาด

2. การดำเนินการกับเวกเตอร์

- **คูณ/หารด้วยสเกลาร์:** เปลี่ยนขนาด ทิศทางขึ้นกับสัญลักษณ์
- **การบวกเวกเตอร์:** ใช้ Parall ˙ogram law หรือ Triangle method
- **การลบเวกเตอร์:** A – B = A + (–B)

3. การรวมแรง (Resultant Force)

- รวมแรงด้วย
  - **กราฟิก**
  - **ตรีโกณมิติ** (กฎ Sine / Cosine)
  - **แตกแรงเป็นองค์ประกอบ** Fx, Fy
- แรงลัพธ์หาจาก
  - $F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2}$
  - $\theta = \tan^{-1}(F_{Ry}/F_{Rx})$

4. Cartesian Vectors (3 มิติ)

- เขียนแรงในรูป

$$\vec{F} = F_x\hat{i} + F_y\hat{j} + F_z\hat{k}$$

- ขนาดเวกเตอร์

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

- มุมระบุทิศทาง (Direction Cosines)

$$\cos\alpha = \frac{F_x}{F}, \quad \cos\beta = \frac{F_y}{F}, \quad \cos\gamma = \frac{F_z}{F}$$

5. Position Vector & Force Along a Line

- เวกเตอร์บอกตำแหน่งจาก A → B

$$\vec{r}_{AB} = (x_B - x_A)\hat{i} + (y_B - y_A)\hat{j} + (z_B - z_A)\hat{k}$$

- แรงตามแนวเส้นตรง

$$\vec{F} = F \cdot \vec{u}_{AB}, \quad \vec{u}_{AB} = \frac{\vec{r}_{AB}}{|\vec{r}_{AB}|}$$

6. Dot Product (การคูณเชิงสเกลาร์)

- ใช้หา *มุมระหว่างเวกเตอร์* และ *การฉายแรงบนแกน*

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\theta$$

- Projection ของแรงบนเส้นตรง

$$A_{\parallel} = \vec{A} \cdot \vec{u}$$

2.11 เอกสารอ้างอิง

พิเชฐ นิลดวงดี.(2568).เอกสารคำสอนวิชากลศาสตร์วิศวกรรม1. มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบุรี. (จำนวน xx หน้า)

Beer, F.P., Johnston, E.R., Jr. Mazurek, D. F., and Eisenberg, E. R. (2010) **Vector Mechanics for Engineers: Statics**. (9th ed.). New York: McGraw-Hill.

Hibberler, R.C. (2013). **Engineering Mechanics: Statics** (13th ed.). New Jersey: Pearson Prentice Hall.

Meriam, J. L. and Kraige, L. G. (2012). **Engineering Mechanics: Statics**. (7th ed.). New York John Wiley & Sons.

End of Chapter 2

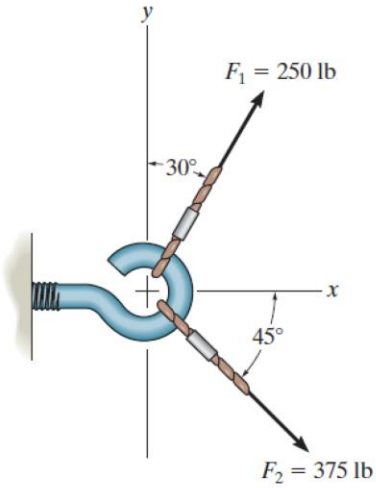
Q and A

แบบฝึกหัดประจำบทที่ 2

2-1 จงคำนวณขนาดและทิศทางของแรงลัพธ์เมื่อวัดเทียบกับแกน *x*

<u>คำตอบ</u>

F_R = 393 lb และ ϕ = 353°

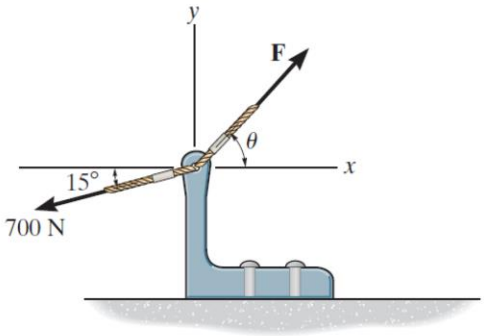


ภาพประกอบโจทย์ข้อ 2-1 [Hibberler, 2013]

2-2 จงคำนวณหาขนาดและทิศทางของแรง F ถ้าขนาดของแรงลัพธ์มีค่าเท่ากับ 500 N และมีทิศทางตามแนวแกน +y

<u>คำตอบ</u>

F = 960 N และ θ = 45.2°

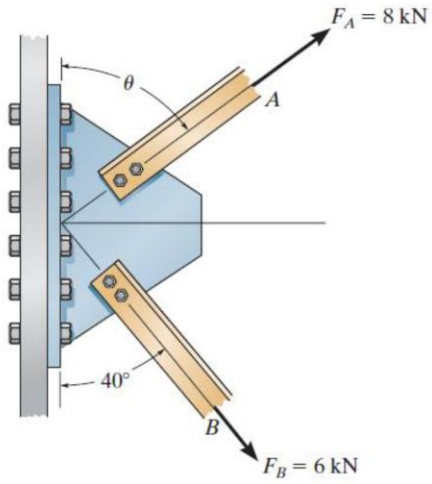


ภาพประกอบโจทย์ข้อ 2-2 [Hibberler, 2013]

2-3 แผ่นเหล็กถูกกระทำด้วยแรงสองแรงดังแสดงในรูป ถ้า θ = 60° จงคำนวณหาแรงลัพธ์ของแรงทั้งสองและทิศทางเมื่อวัดตามเข็มนาฬิกาจากเส้นแนวนอน

<u>คำตอบ</u>

F_R = 10.8 lb และ ϕ = 3.16°

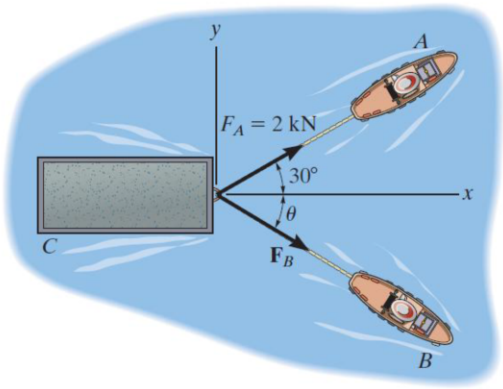


ภาพประกอบโจทย์ข้อ 2-3 [Hibberler, 2013]

2-4 ถ้า F_B = 3 kN และมุม θ = 45° จงคำนวณหาขนาดและทิศทางของแรงลัพธ์เมื่อวัดเทียบกับแกน *x*

คำตอบ

F_R = 4.01 kN และ ϕ = 16.2°



ภาพประกอบโจทย์ข้อ 2-4 [Hibberler, 2013]

2–5. จงเขียนแรงองค์ประกอบในแกน x และ y ของ F_1 และ F_2

คำตอบ

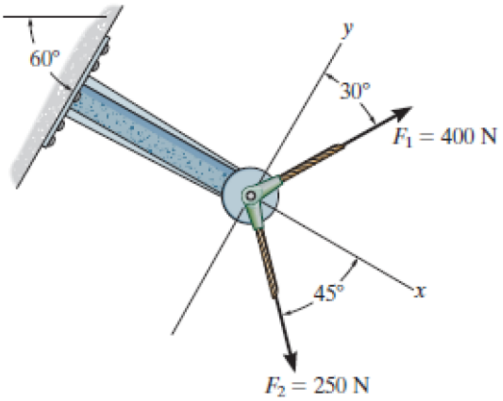
$$F_1 = \{20\hat{i} + 346\hat{j}\}\ \text{N}$$

$$F_2 = \{177\hat{i} - 177\hat{j}\}\ \text{N}$$

2-6. คำนวณหาขนาดของแรงลัพธ์ และทิศทางเมื่อวัดทวนเข็มนาฬิกาจากแกน +x

คำตอบ

$F_R = 413$ N และ $\theta = 24.2°$

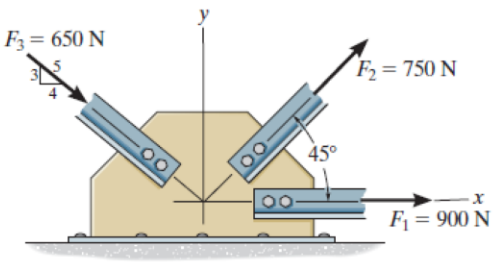


ภาพประกอบโจทย์ข้อ 2-5 และ 2-6 [Hibberler, 2013]

2–7. คำนวณหาขนาดของแรงลัพธ์ และทิศทางเมื่อวัดทวนเข็มนาฬิกาจากแกน +x

คำตอบ

$F_R = 1.96$ N และ $\theta = 4.12°$

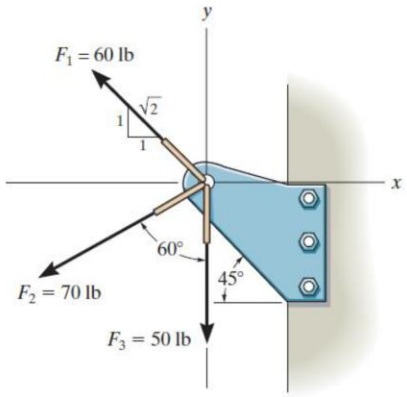


ภาพประกอบโจทย์ข้อ 2-7 [Hibberler, 2013]

2–8. คำนวณหาขนาดของแรงลัพธ์ และทิศทางเมื่อวัดทวนเข็มนาฬิกาจากแกน +x

คำตอบ

$F_R = 111\ \text{lb}$ และ $\theta = 202°$



ภาพประกอบโจทย์ข้อ 2-8 [Hibberler, 2013]

2–9. ถ้าขนาดของแรงลัพธ์ที่กระทำต่อ bracket มีขนาด 450 N และมีทิศทางไปตามแกน +*u* จงคำนวณหาขนาดและทิศทางของแรง F1

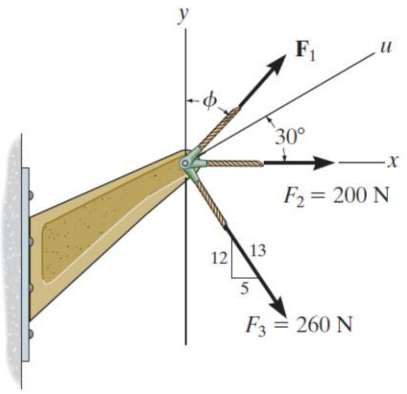
คำตอบ

$\phi = 10.9°$ และ $F_1 = 474\ \text{N}$

2–10. จงคำนวณหาขนาดของแรง F_1 และขนาดของแรงลัพธ์ที่มีค่าน้อยที่สุด กำหนดให้ ϕ = 30°

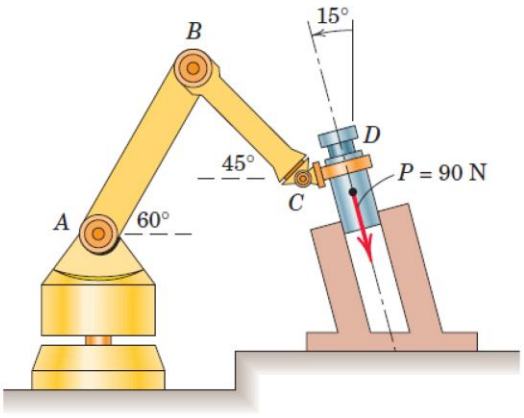
คำตอบ $F_R = \sqrt{(0.5F_1 + 300)^2 + (0.866F_1 - 240)^2}$

$F_R = 380\,\text{N}, F_1 = 57.8\,\text{N}$



ภาพประกอบโจทย์ข้อ 2-9 และ 2-10 [Hibberler, 2013]

2–11 In the design of the robot to insert the small cylindrical part into a close-fitting circular hole, the robot arm must exert a 90-N force P on the part parallel to the axis of the hole as shown. Determine the components of the force which the part exerts on the robot along axes (a) parallel and perpendicular to the arm AB, and (b) parallel and perpendicular to the arm BC.



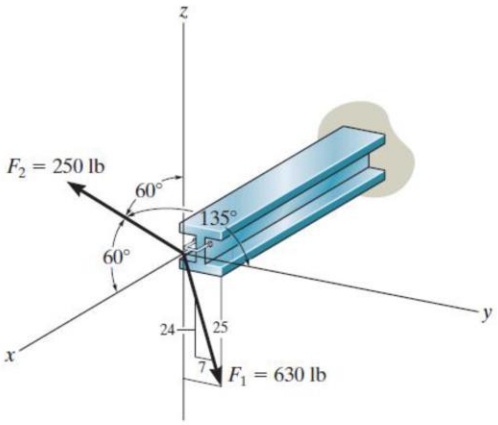
ภาพประกอบโจทย์ข้อ 2-11 Meriam and Kraige, 2012]

คำตอบ
$$BC: P_t = -77.9 \text{ N}, P_n = 45.0 \text{ N}$$
$$AB: P_t = 63.6 \text{ N}, P_n = 63.6 \text{ N}$$

2–12. คานถูกกระทำด้วยแรงสองแรงดังแสดงในรูป จงเขียนแรงแต่ละแรงในรูปเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉากและคำนวณขนาดและทิศทางของแรงลัพธ์ที่เกิดขึ้น

$$F_1 = \{176\hat{j} - 605\hat{k}\} \text{ lb}$$
$$F_2 = \{125\hat{i} - 177\hat{j} + 125\hat{k}\} \text{ lb}$$

คำตอบ
$$F_R = 496 \text{ lb}$$
$$\alpha = 75.4°$$
$$\beta = 90.0°$$
$$\gamma = 165°$$



ภาพประกอบโจทย์ข้อ 2-12 [Hibberler, 2013]

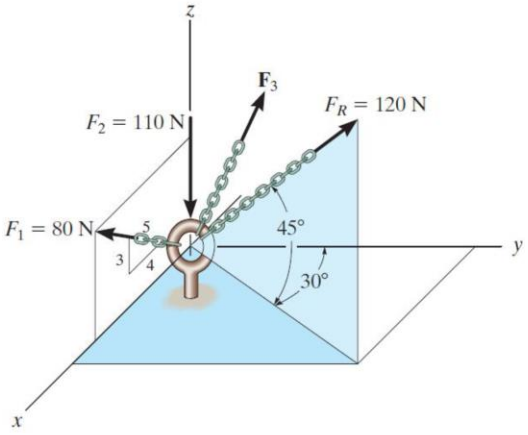
2–13. ห่วงถูกแรงสามแรงกระทำดังรูป ถ้าหากว่าแรงลัพธ์ F_R มีขนาดและทิศทางตามที่แสดงในรูป จงคำนวณหาขนาดและทิศทางของแรง F_3

$$F_3 = 166 \text{ N}$$

คำตอบ
$$\alpha = 97.5°$$
$$\beta = 63.7°$$
$$\gamma = 27.5°$$

2–14. จงคำนวณหาทิศทางของแรง F_1 และ F_R

คำตอบ
$$\alpha_{F_1} = 36.9° \quad \alpha_R = 69.3°$$
$$\beta_{F_1} = 90.0° \text{ และ } \beta_R = 65.2°$$
$$\gamma_{F_1} = 53.1° \quad \gamma_R = 45.0°$$



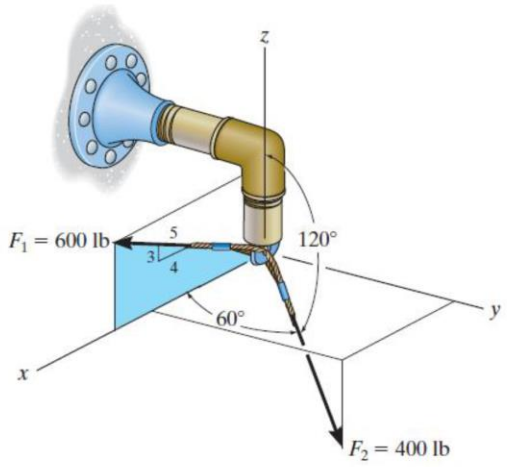
ภาพประกอบโจทย์ข้อ 2-13 และ 2-14 [Hibberler, 2013]

2–15. จงแสดงแรงที่กระทำต่อท่อแต่ละแรงในรูปเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก

คำตอบ
$$F_1 = \{480\hat{i} + 360\hat{k}\}\ \text{lb}$$
$$F_2 = \{200\hat{i} + 283\,\hat{j} - 200\hat{k}\}\ \text{lb}$$

2–16. คำนวณหาขนาดและทิศทางของแรงลัพธ์ที่กระทำต่อท่อ

คำตอบ
$$F_R = 754\,\text{lb}$$
$$\alpha = 25.5°$$
$$\beta = 68.0°$$
$$\gamma = 77.7°$$

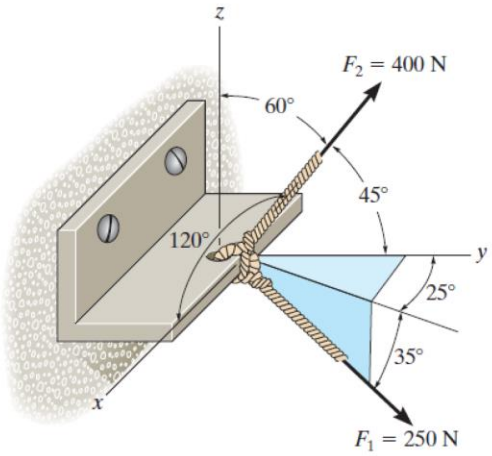


ภาพประกอบโจทย์ข้อ 2-15 และ 2-16 [Hibberler, 2013]

2–17 The bracket is subjected to the two forces shown. Express each force in Cartesian vector form and then determine the resultant force **F***R*. Find the magnitude and coordinate direction angles of the resultant force.

$$F_1 = \{85.5\hat{i} + 186\,\hat{j} - 143\hat{k}\}\ \text{N}$$
$$F_2 = \{-200\hat{i} + 283\,\hat{j} + 200\hat{k}\}\ \text{N}$$

คำตอบ
$$F_R = \{-113\hat{i} + 468\,\hat{j} + 56.6\hat{k}\}\ \text{N}$$
$$\alpha = 104°$$
$$\beta = 15.1°$$
$$\gamma = 83.3°$$

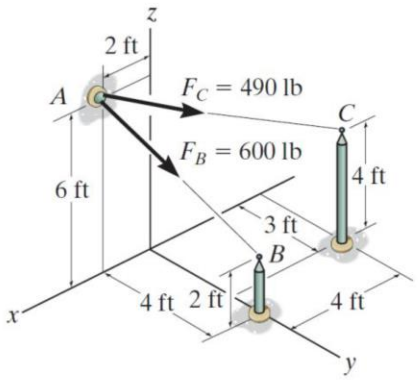


ภาพประกอบโจทย์ข้อ 2-17 [Hibberler, 2013]

2-18 เขียน F_B และ F_C ในรูปของเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉากและคำนวณขนาดและทิศทางของแรงลัพธ์ที่เกิดขึ้นเนื่องจากแรงทั้งสอง

$$F_B = \{-200\hat{i} + 400\,\hat{j} - 400\hat{k}\}\ \text{lb}$$

คำตอบ
$$F_C = \{-420\hat{i} - 210\,\hat{j} - 140\hat{k}\}\ \text{lb}$$
$$F_R = \{-620\hat{i} + 610\,\hat{j} - 540\hat{k}\}\ \text{lb}$$



ภาพประกอบโจทย์ข้อ 2-18 [Hibberler, 2013]

2–19 เขียนแรง F_B and F_C *ในรูป*เวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก

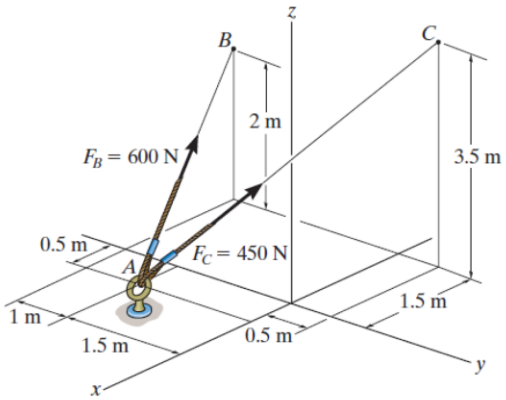
คำตอบ

$$F_B = \left\{-400\hat{i} - 200\,\hat{j} + 400\hat{k}\right\}\text{N}$$

$$F_C = \left\{-200\hat{i} + 200\,\hat{j} + 350\hat{k}\right\}\text{N}$$

.

2–20. Determine the magnitude and coordinate direction angles of the resultant force acting at *A*



ภาพประกอบโจทย์ข้อ 2-19 และ 2-20 [Hibberler, 2013]

คำตอบ

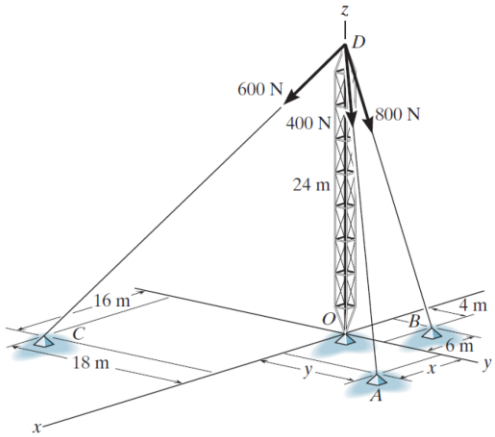
$$F_R = 960\,\text{N}$$

$$\alpha = 129°$$

$$\beta = 90°$$

$$\gamma = 38.7°$$

2–21. จงคำนวณหาขนาดและทิศทางของแรงลัพธ์ ถ้า x = 20 m และ y = 15 m



ภาพประกอบโจทย์ข้อ 2-21 [Hibberler, 2013]

คำตอบ

$$F_R = 1.50\ \text{N}$$

$$\alpha = 77.6°$$

$$\beta = 90.0°$$

$$\gamma = 168°$$

2-22 หน้าต่างถูกเปิดด้วยโซ่ AB จงหาความยาวของโซ่และแสดงแรง 50 lb กระทำที่ A เป็นเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉากแล้วหามุมแสดงทิศทางที่วัดจากระบบพิกัด

$$r_{AB} = 10.0 \text{ ft}$$

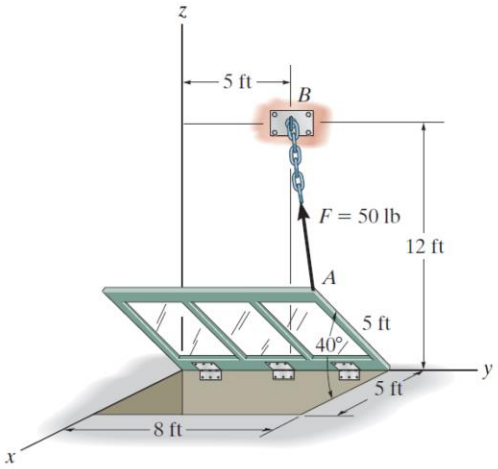
$$F_R = \left\{-19.1\hat{i} - 14.9\hat{j} + 43.7\hat{k}\right\} \text{ lb}$$

คำตอบ

$$\alpha = 112°$$

$$\beta = 107°$$

$$\gamma = 20.0°$$



ภาพประกอบโจทย์ข้อ 2-22 [Hibberler, 2013]

2–23 Each of the four forces acting at *E* has a magnitude of 28 kN. Express each force as a Cartesian vector and determine the resultant force.

$$F_{EA} = \left\{12\hat{i} - 8\hat{j} - 24\hat{k}\right\} \text{kN}$$

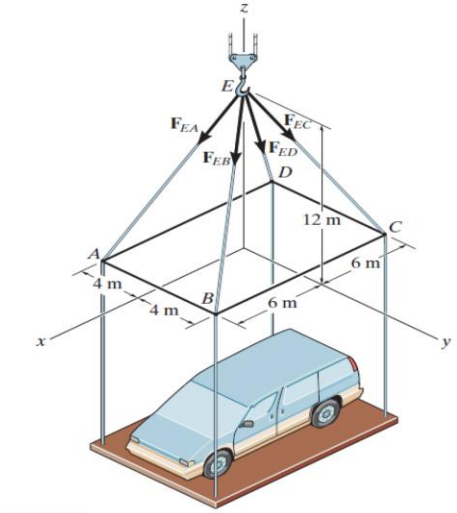
$$F_{EB} = \left\{12\hat{i} + 8\hat{j} - 24\hat{k}\right\} \text{kN}$$

คำตอบ

$$F_{EC} = \left\{-12\hat{i} + 8\hat{j} - 24\hat{k}\right\} \text{kN}$$

$$F_{ED} = \left\{-12\hat{i} - 8\hat{j} - 24\hat{k}\right\} \text{kN}$$

$$F_R = \left\{-96\hat{k}\right\} \text{kN}$$

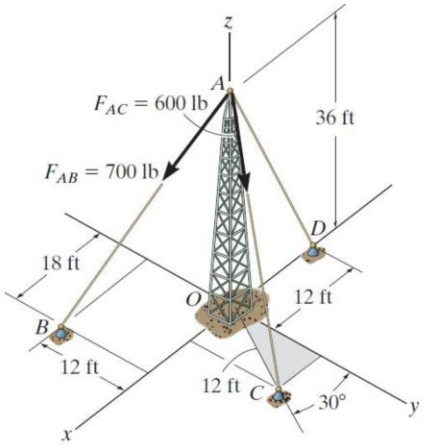


ภาพประกอบโจทย์ข้อ 2-23 [Hibberler, 2013]

2–24. Determine the magnitude of the projected component of force F_{AC} acting along the *z* axis.

<u>คำตอบ</u>

$(F_{AC})_z = 569\,\text{lb}$



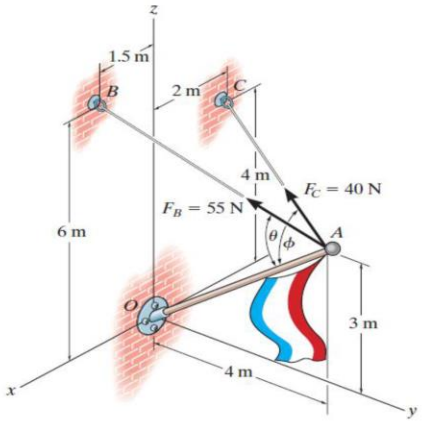
ภาพประกอบโจทย์ข้อ 2-24 [Hibberler, 2013]

2–25. Determine the angles θ and ϕ made between the axes *OA* of the flag pole and *AB* and *AC*, respectively, of each cable.

<u>คำตอบ</u>

$\theta = 74.4°$

$\phi = 55.4°$



ภาพประกอบโจทย์ข้อ 2-25 [Hibberler, 2013]